

# 曲面を近似する折紙構造の フレームモデルを用いた形状生成法

京都大学大学院工学研究科 早川健太郎  
大崎 純

早川健太郎, 大崎 純, フレームモデルを用いた折紙構造の形状生成法,  
日本建築学会環境系論文集, Vol. 84, No. 760, pp. 597-605, 2019.

# 1. 背景・目的

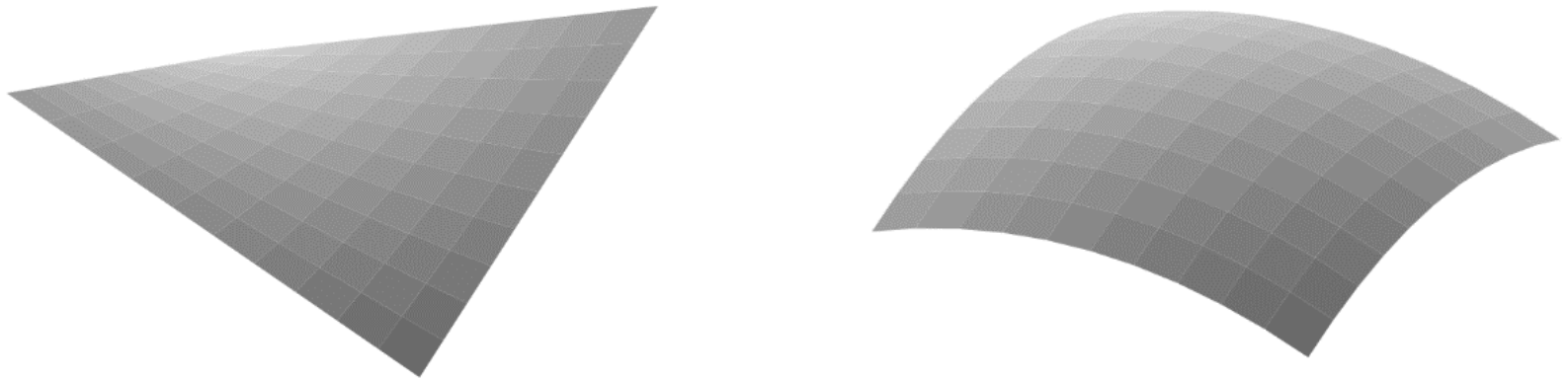
---

## 剛体折紙とは

- 多面体を構成する各面の面内変形だけでなく、面外変形も許容しないモデル
- 展開過程および折り畳み過程においてひずみや応力が発生しない

# 1. 背景・目的

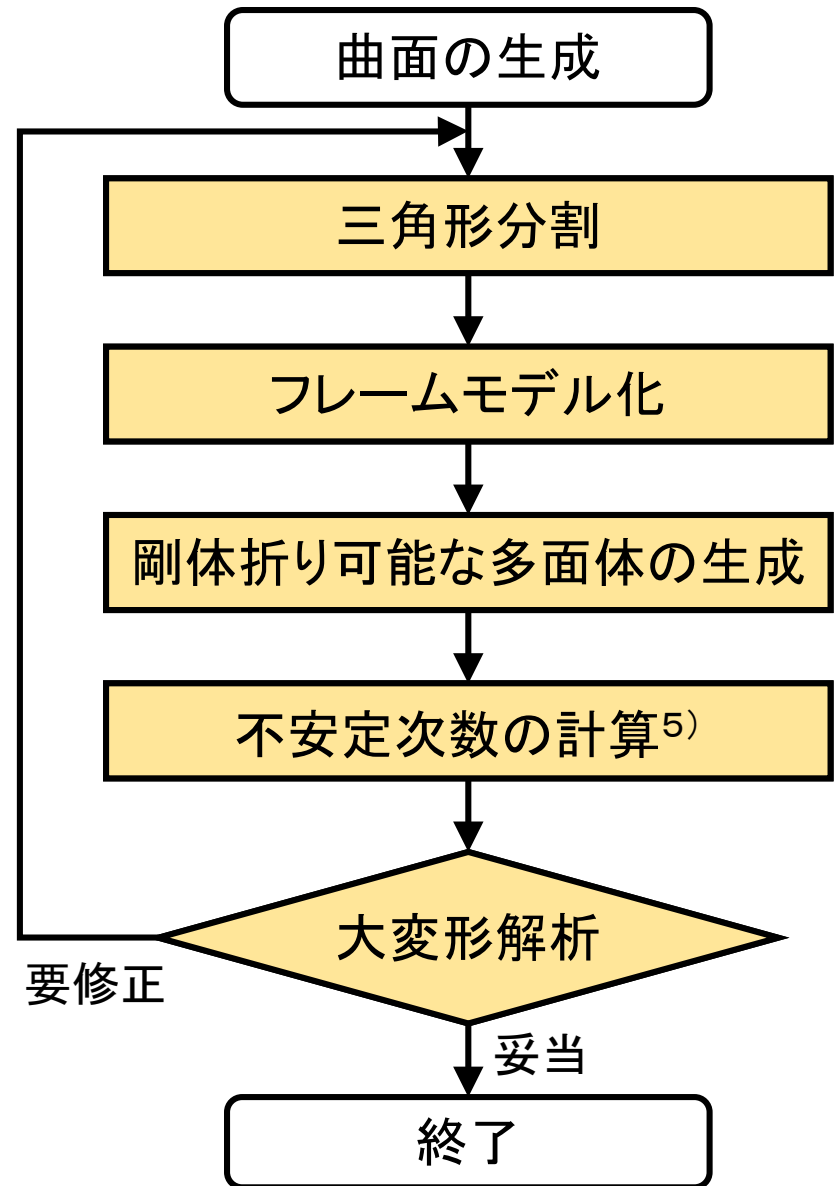
---



建築物への応用を前提とした、単純な折り  
パターンの剛体折紙による曲面の近似

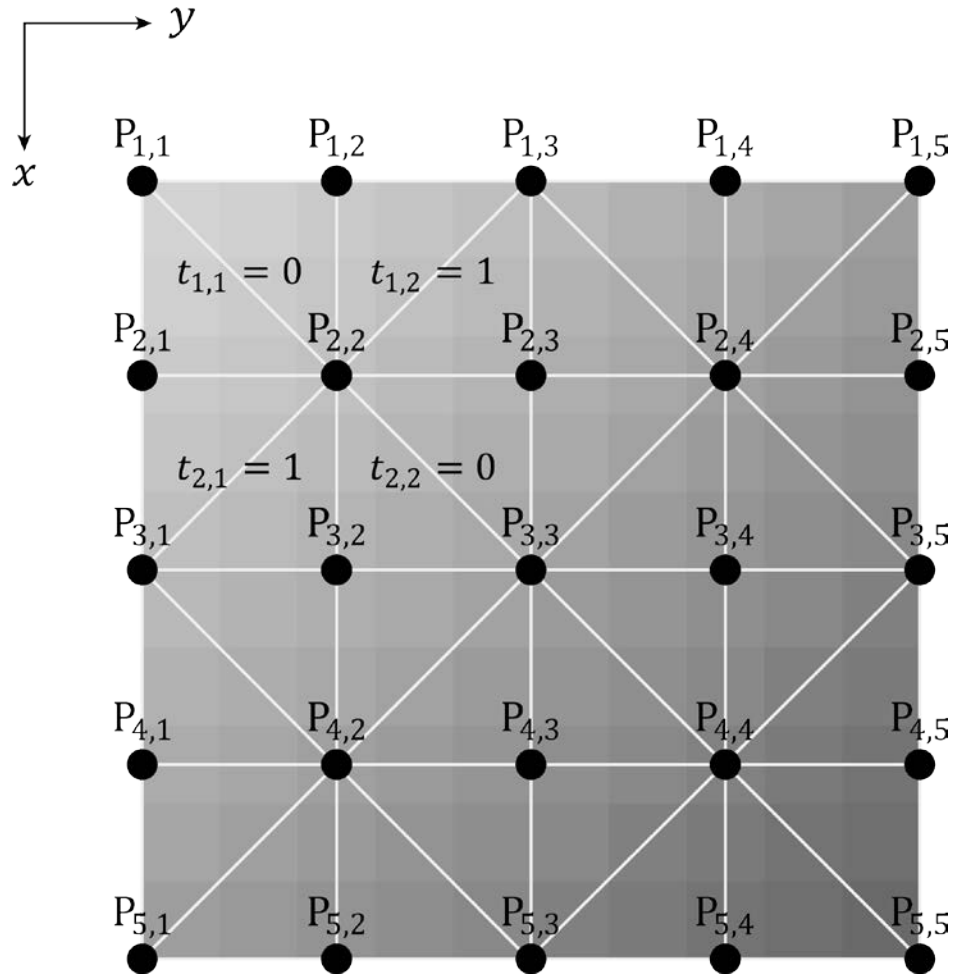
## 2. 剛体折紙のモデル化手法

### 剛体折り可能モデル 生成フロー

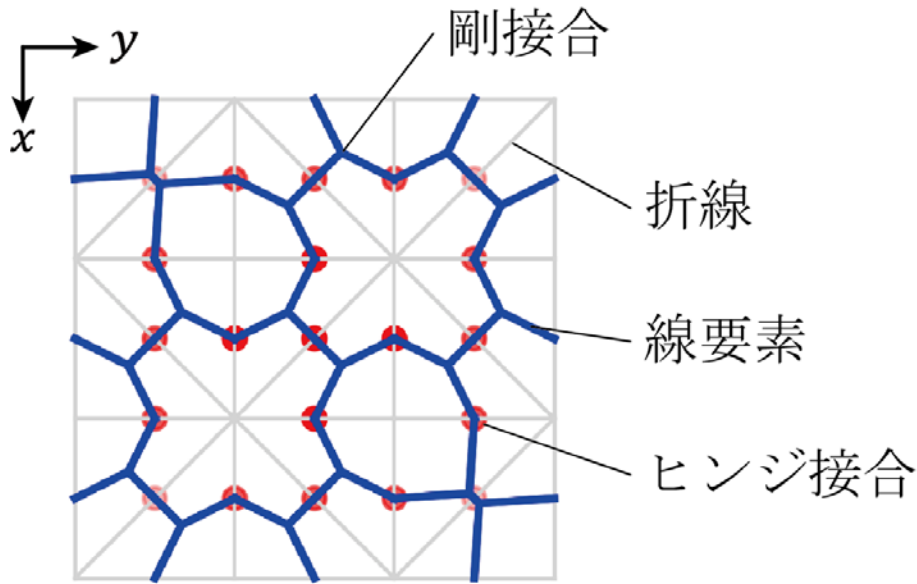


5) 津田勢太, 大崎純, 菊川翔平, 寒野義博:  
部分剛接合骨組の安定性評価とメカニズ  
ムの解析, 日本建築学会構造系論文集,  
Vol.78, No.686, pp.791-798, 2013.

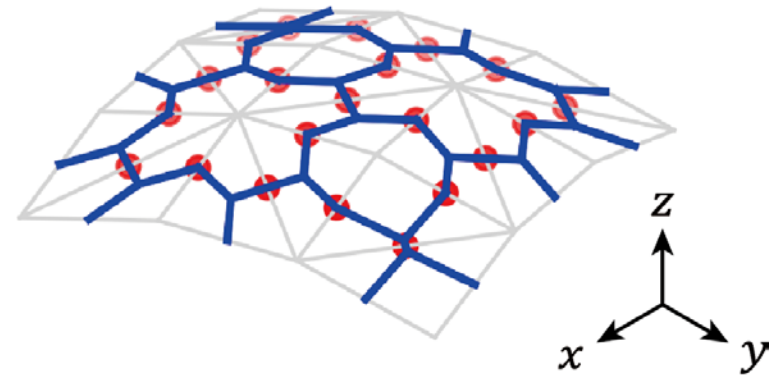
## 2. 剛体折紙のモデル化手法：三角形分割



## 2. 剛体折紙のモデル化手法：フレームモデル

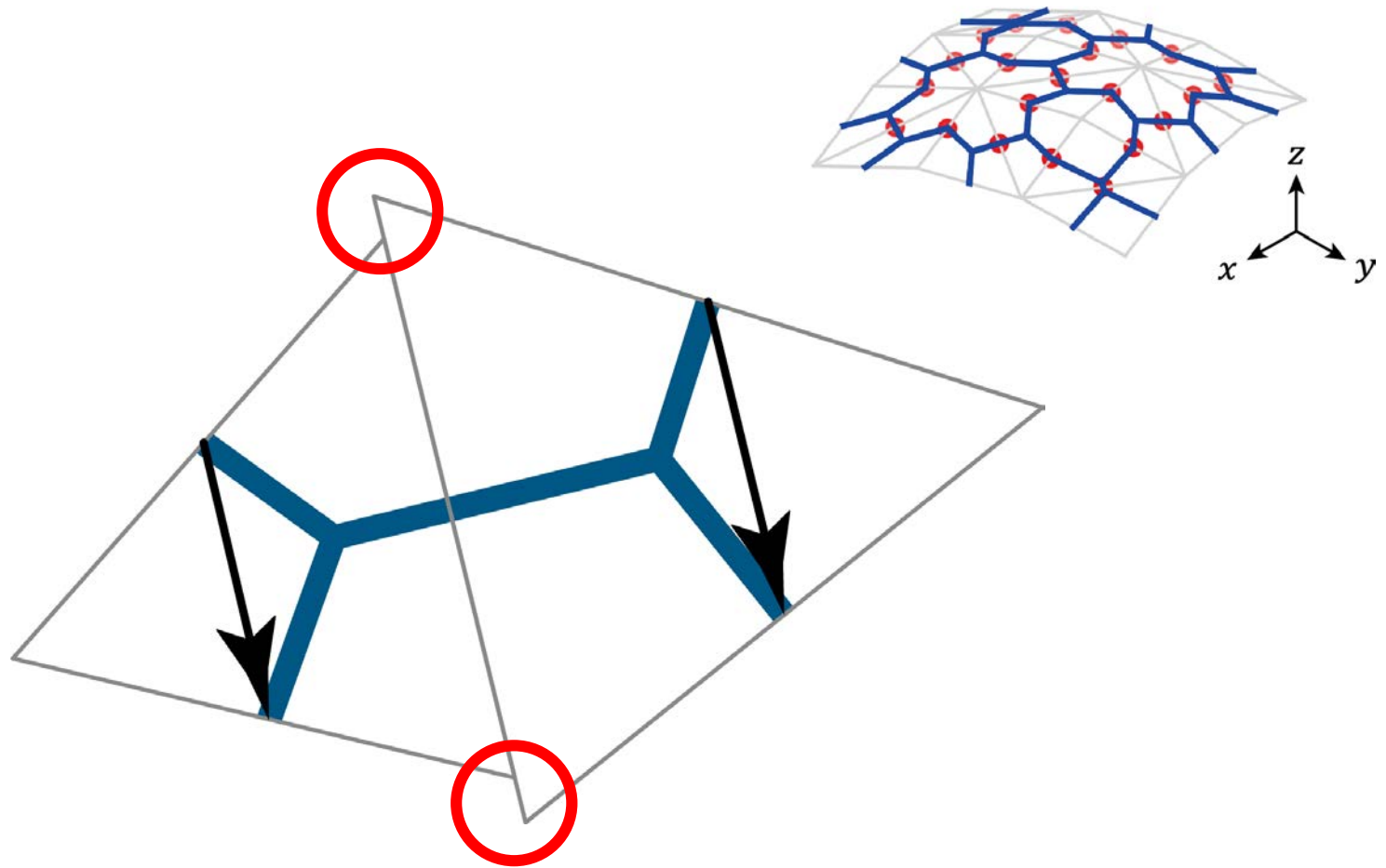


(a) 平面図



(b) アクソメ図

## 2. 剛体折紙のモデル化手法：節点座標の制約



## 2. 剛体折紙のモデル化手法：節点座標の制約

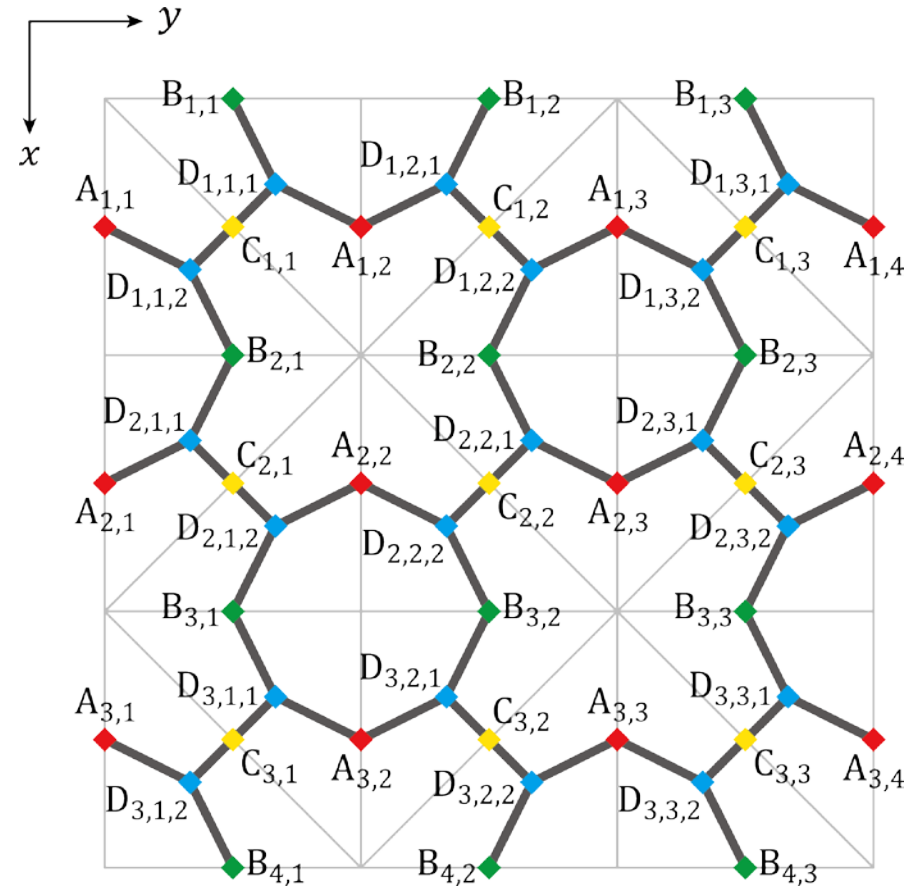
$$\mathbf{c}_{i,j+1} = (-1)^{1-t_{i,j}+t_{i,j+1}} (\mathbf{c}_{i,j} - \mathbf{b}_{i+t_{i,j},j}) + \mathbf{b}_{i+1-t_{i,j+1},j+1}$$

$$\mathbf{c}_{i+1,j} = (-1)^{1-t_{i,j}+t_{i+1,j}} (\mathbf{c}_{i,j} - \mathbf{a}_{i,j+t_{i,j}}) + \mathbf{a}_{i+1,j+1-t_{i+1,j}}$$

$$\mathbf{b}_{i+1,j} = -\mathbf{b}_{i,j} + \mathbf{a}_{i,j} + \mathbf{a}_{i,j+1}$$

独立な変数の数

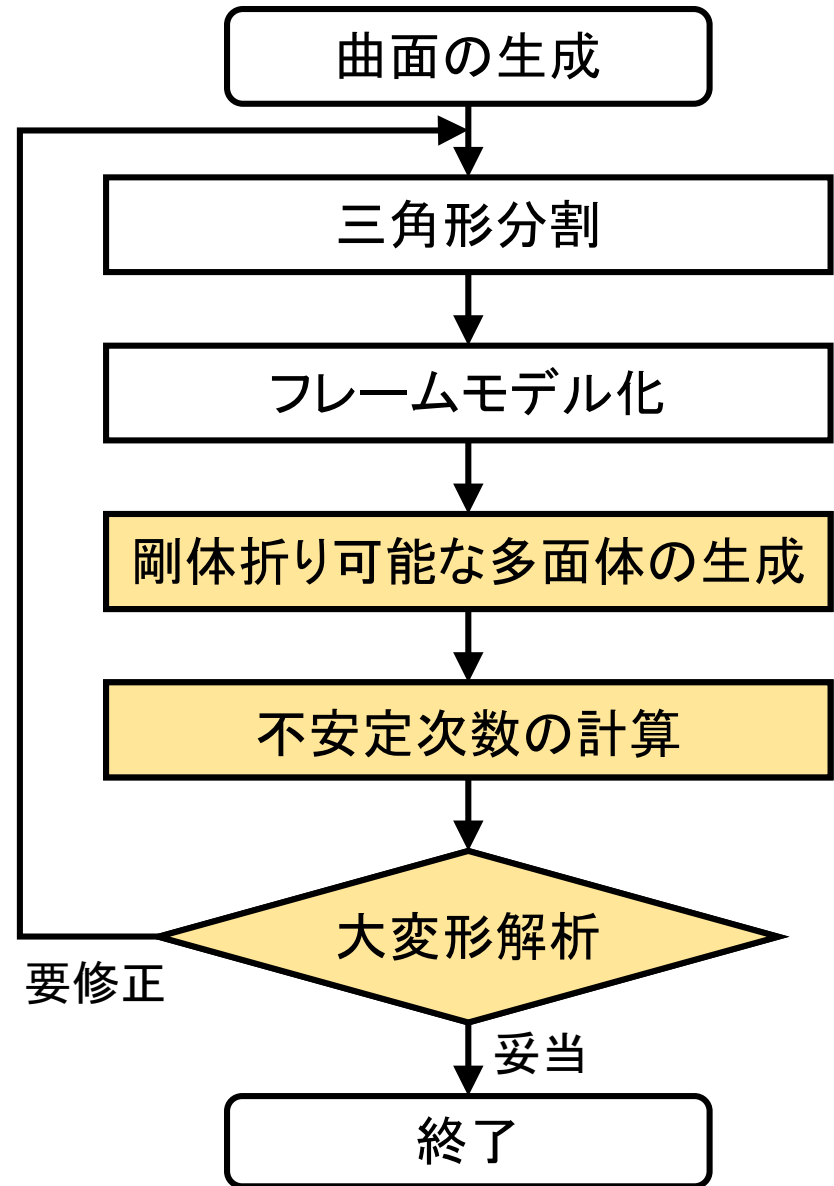
$$= 3(m+1)(n+1)$$



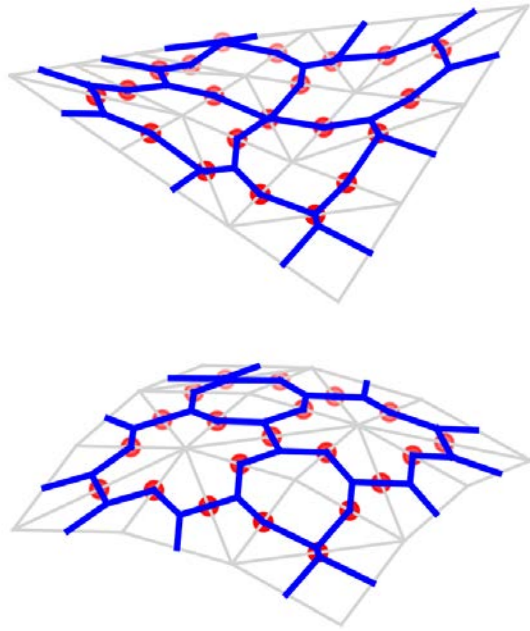


### 3. 剛体折紙の形状生成法

剛体折り可能モデル  
生成フロー（再掲）



### 3. 剛体折紙の形状生成法



最適化手法

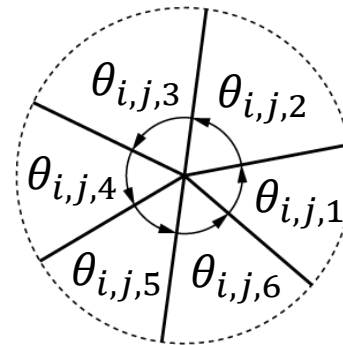


折線パターンの  
幾何学的制約



展開可能な剛体折り  
機構を持つ多面体

$$\sum_k \theta_{i,j,k} = 2\pi$$



### 3. 剛体折紙の形状生成法：最適化問題

#### 最適化問題

$$\text{Minimize : } \underbrace{\sum_{\substack{2 \leq i \leq m \\ 2 \leq j \leq n}} \left( \sum_k \theta_{i,j,k} - 2\pi \right)^2}_{\text{展開条件}} + \underbrace{\sum_{\text{assigned } i,j} \left\{ \left( n_{i,j,1}^x - n_{i,j,2}^x \right)^2 + \left( n_{i,j,1}^y - n_{i,j,2}^y \right)^2 \right\}}_{\text{指定された2面の四角形化}}$$

$$\theta_{min} \leq \theta_{i,j,k} \leq \theta_{max}$$

$${}^p a_{i,j}^z - dz_b \leq a_{i,j}^z \leq {}^p a_{i,j}^z + dz_u$$

$${}^p b_{i,j}^z - dz_b \leq b_{i,j}^z \leq {}^p b_{i,j}^z + dz_u$$

$${}^p c_{i,j}^z - dz_b \leq c_{i,j}^z \leq {}^p c_{i,j}^z + dz_u$$

Subject to :

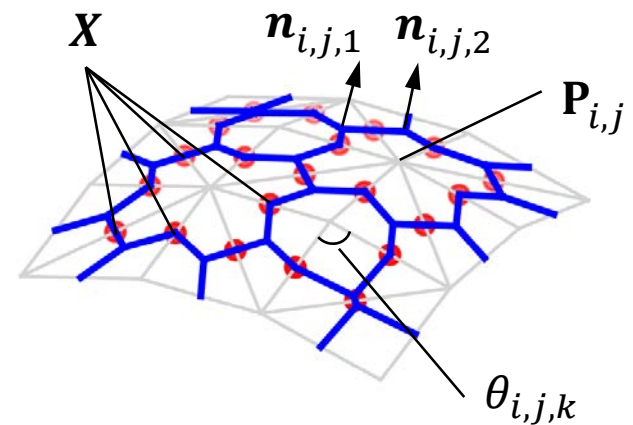
$${}^p \mathbf{at\ corner} = {}^o \mathbf{at\ corner}$$

$$a_{i,1}^y = {}^o a_{i,1}^y$$

$$a_{i,n+1}^y = {}^o a_{i,n+1}^y$$

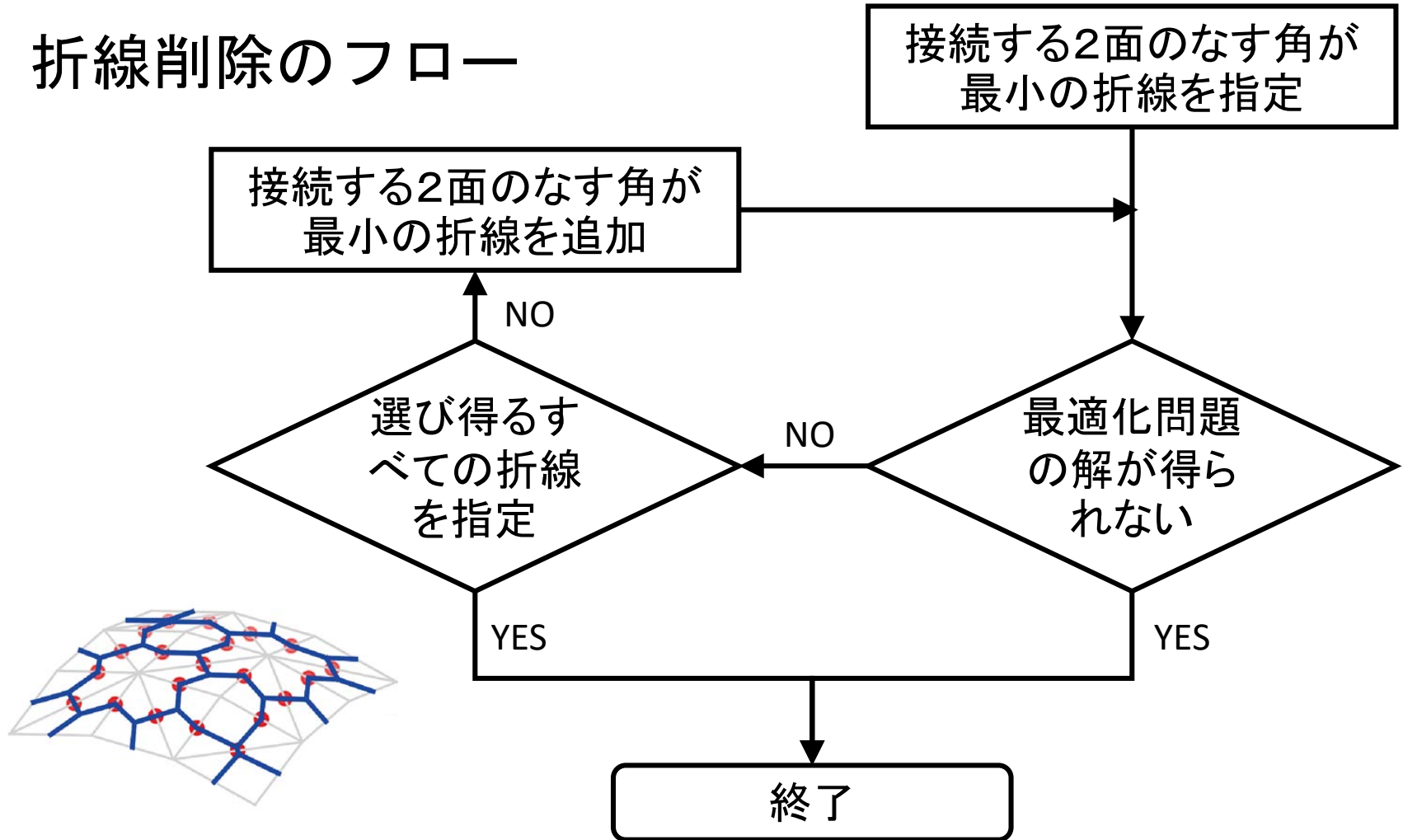
$$b_{1,j}^x = {}^o b_{1,j}^x$$

$$b_{m+1,j}^x = {}^o b_{m+1,j}^x$$



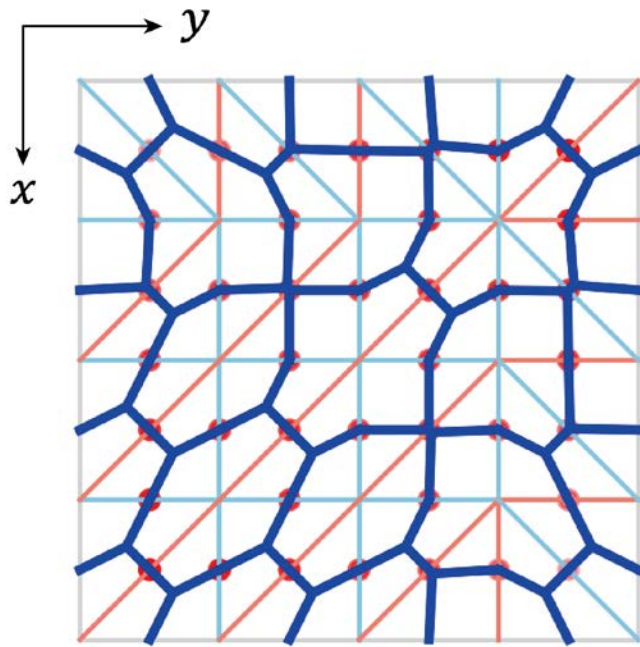
### 3. 剛体折紙の形状生成法：折線の削除

#### 折線削除のフロー

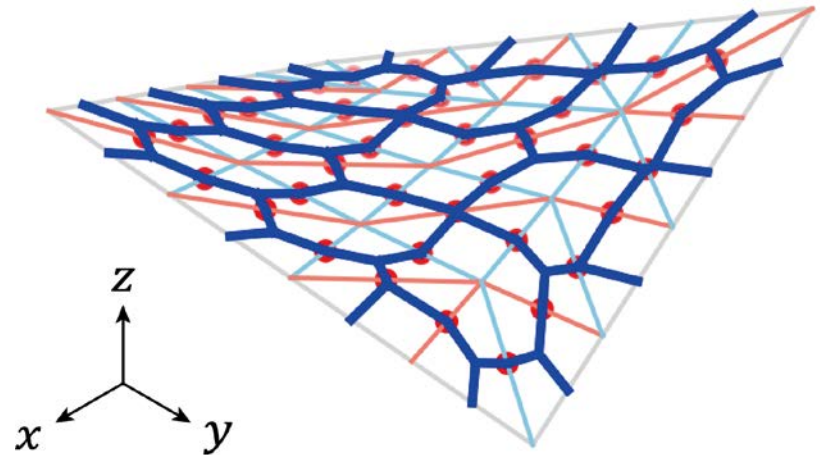


## 4. 数値計算例

### 最適化問題初期形状



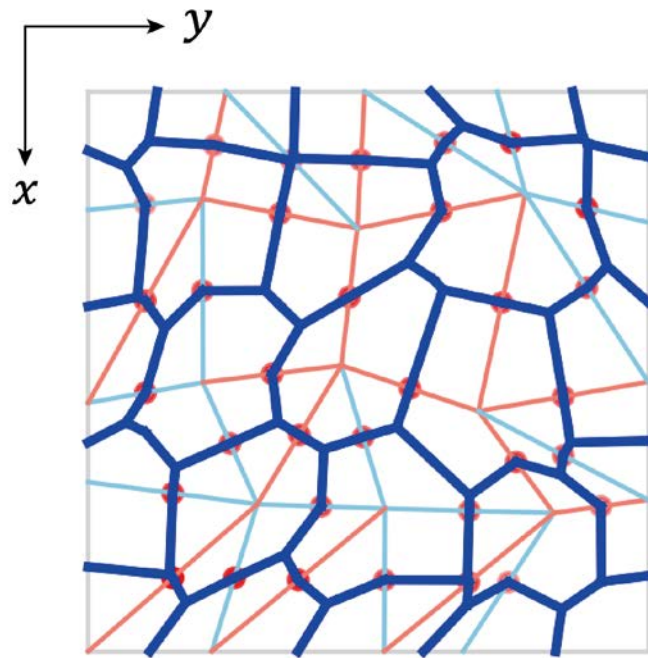
初期形状平面図



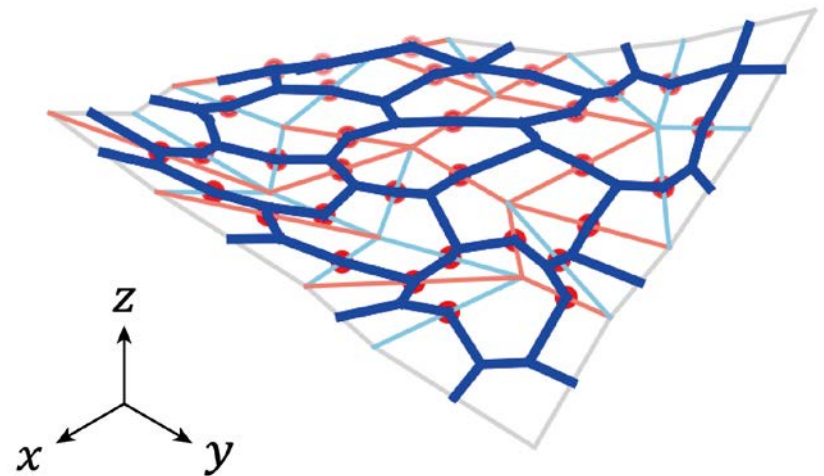
初期形状アクソメ図

## 4. 数値計算例

### 最適化問題解形状



初期形状平面図



初期形状アクソメ図

## 4. 数値計算例

### 最適化問題解形状

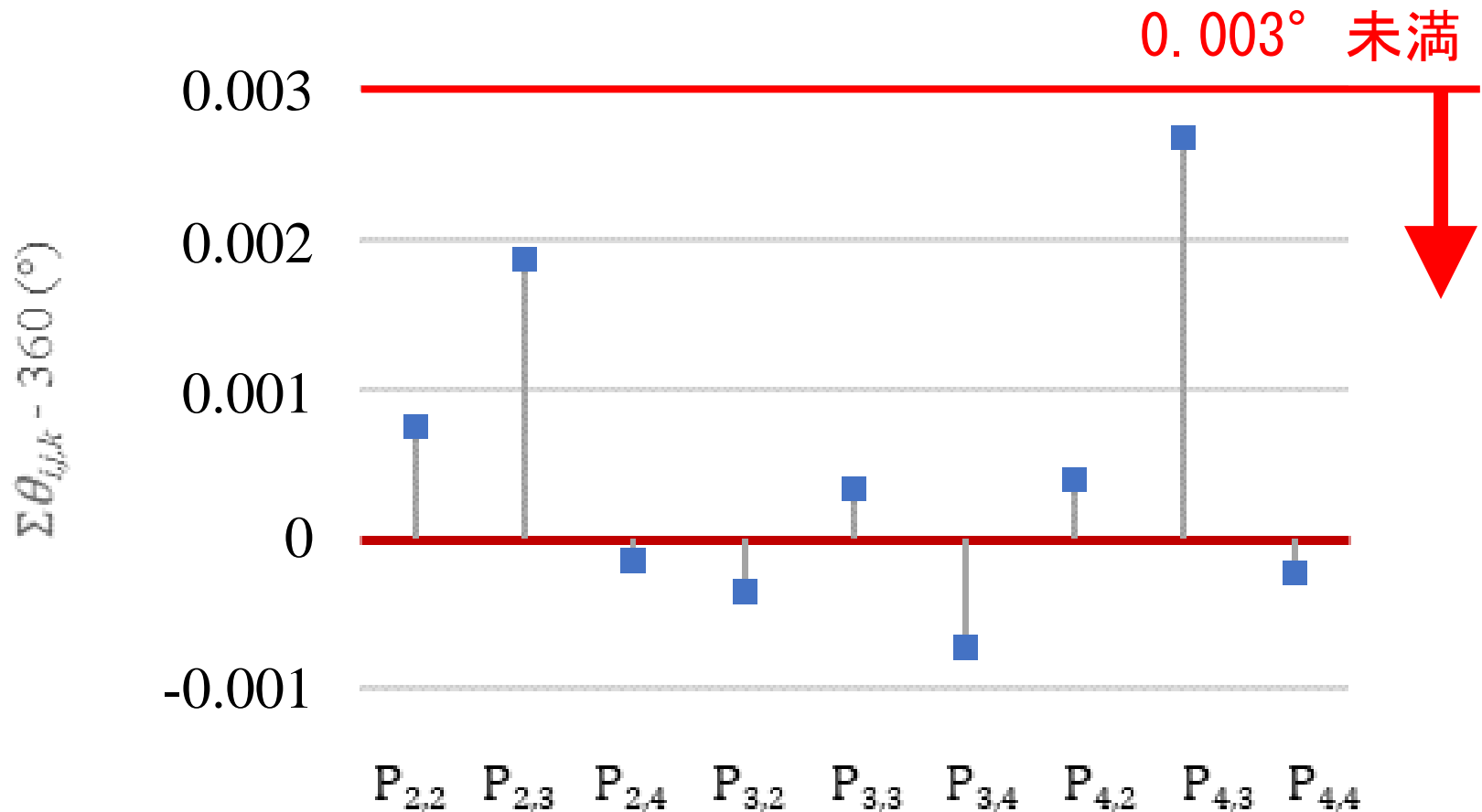
0に近似できる



目的関数の値		$5.402 \times 10^{-9}$
不安定次数（変形自由度）		6
削除された折線の数		7
各頂点周りの折線間の 角度の和と $360^\circ$ の差( $^\circ$ )	最大値	$2.683 \times 10^{-3}$
	最小値	$-7.168 \times 10^{-3}$
削除された折線に接続する 2面の二面角( $^\circ$ )	最大値	$1.466 \times 10^{-3}$
	最小値	$2.832 \times 10^{-6}$

## 4. 数値計算例

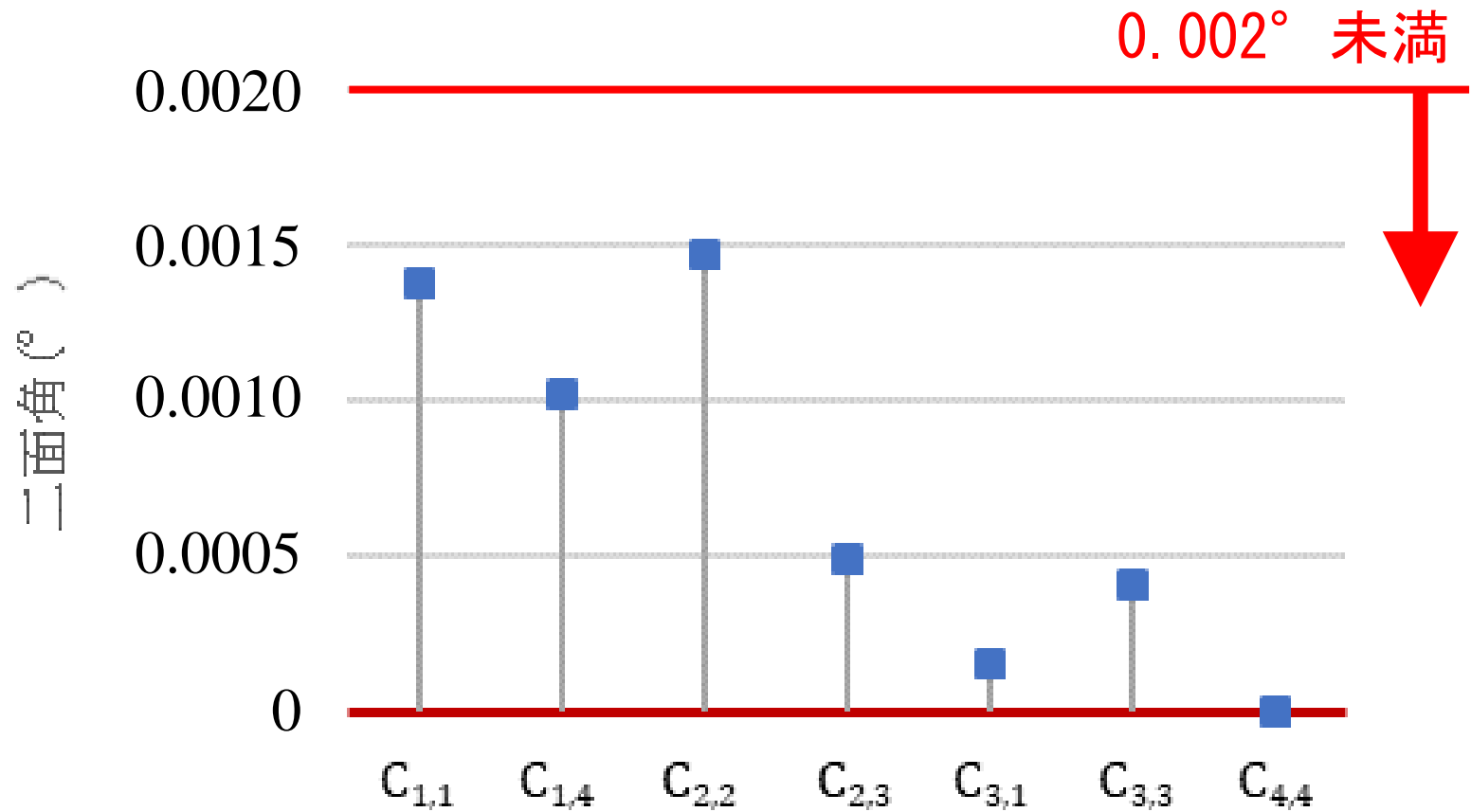
各頂点周りの折線間の角度の和と $360^\circ$  の差 ( $^\circ$ )





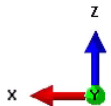
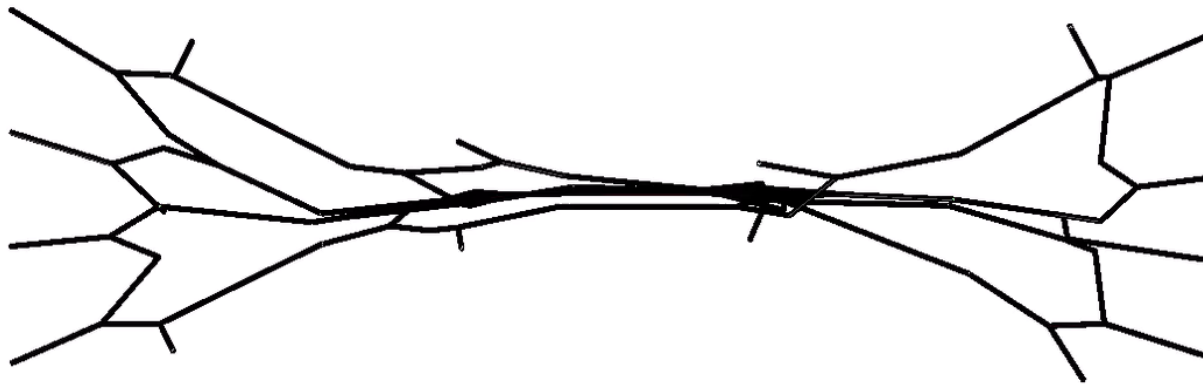
## 4. 数値計算例

削除された折線に接続する2面の二面角(°)



## 4. 数値計算例

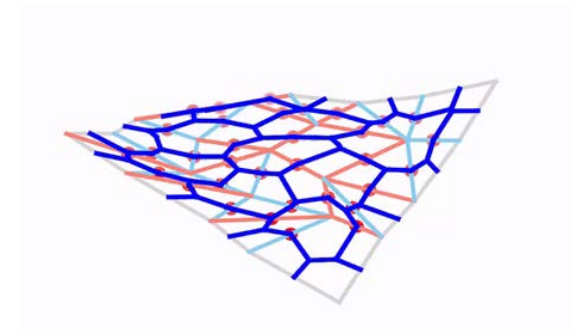
### 大変形解析結果



ODB: 09092test4\_quad7.odb Abaqus/Standard Student Edition 2016-SE Sat Sep 22 20:57:21 ?? (???) 2018

ステップ: Step1  
Increment 0: Step Time = 0.000

変形変数: U 変形倍率: +1.000e+00



## 4. 数値計算例

### 大変形解析結果

充分に小さい



大変形解析全過程でのひずみ	最大値	$6.074 \times 10^{-6}$
	最小値	$-6.525 \times 10^{-6}$
大変形後の節点のz座標の存在範囲(ライズ比)		1.9%
大変形後の節点のz座標の 0からの誤差の平均値		$2.918 \times 10^{-3}$

## 5. まとめ

---

- 可展でない曲面を初期形状として展開可能かつ剛体折り可能な機構が得られた。
- フレームモデルの節点座標の幾何的制約より、独立変数の数と多面体の頂点座標の変数の数が等しいことを示した。
- フレームモデルによりモデルの再構築を行うことなく形状生成と大変形解析を行うことが可能となった。

# 補足

---

## ケント紙を用いた模型の作成

一枚の紙からおおよそ解析結果通りの形状が得られた

