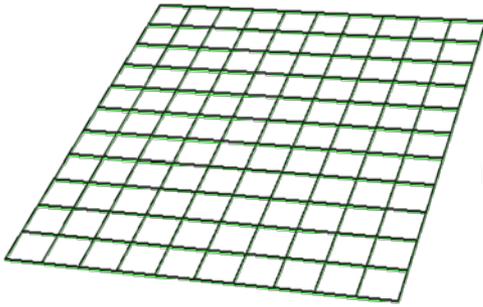


接合部座標を制約した空間離散的エラスティカ によるグリッドシェルの形状設計法

堺 雄亮(京都大学大学院)
大崎 純(京都大学大学院)

施工過程と従来設計における問題点

Engineer

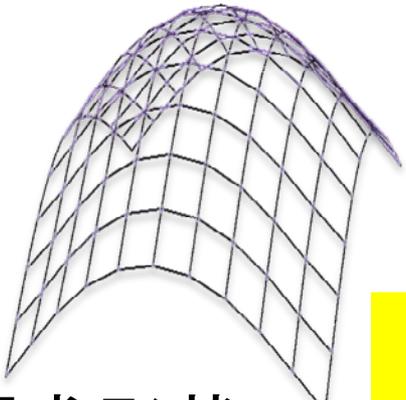


初期形状

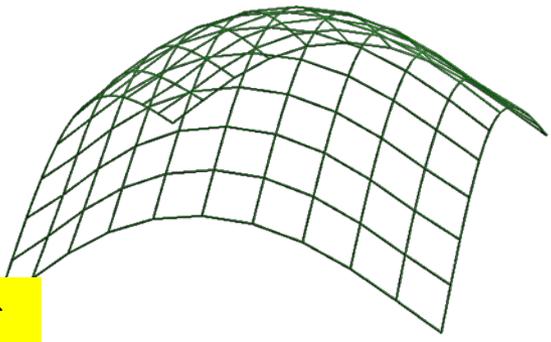
大変形解析
未知のパラメータ:
強制変位, 外力,
外力モーメント
→ 試行錯誤して決定



Designer



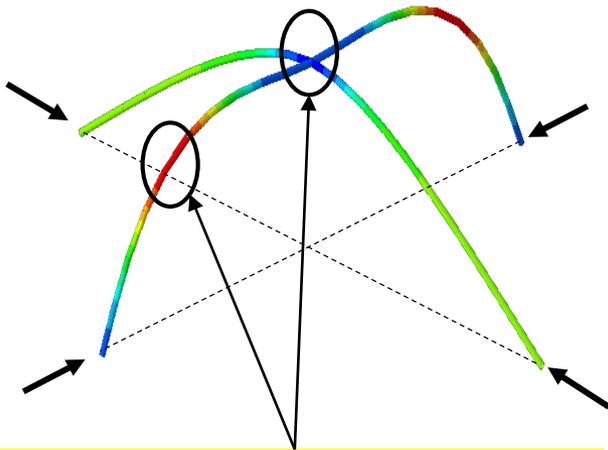
要求形状



最終形状

大きく異なる

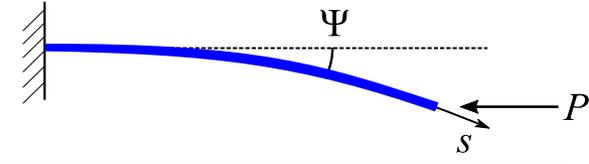
部材形状が不適



作用力→大

解決方策および既往研究

グリッドシェル部材の目標形状 → エラスティカ
 → 梁部材間の作用力の低減化[6]



連続変数のエラスティカ: 微分方程式を解く & 得られる形状が単調

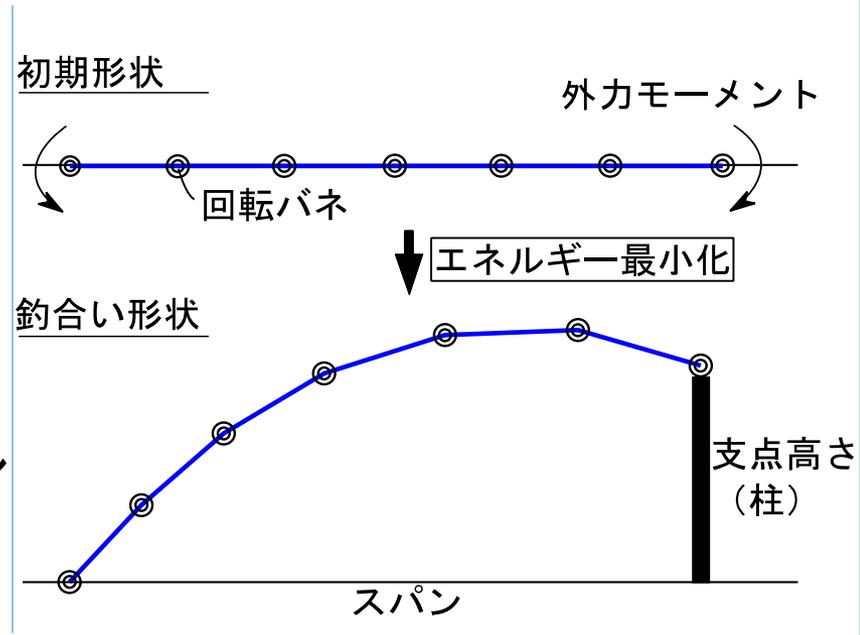
離散のエラスティカ [7, 8]

メリット

- >> 真直な初期形状から
釣合い形状の導出(最適化問題)
- >> スパン・支点高さのパラメータ化
- >> 必要な節点位置のみ出力

デメリット

- >> 一軸回転のみ考慮 → 平面モデル
→ 面外変形状は設計できない
- >> 各部材の形状を個別に導出

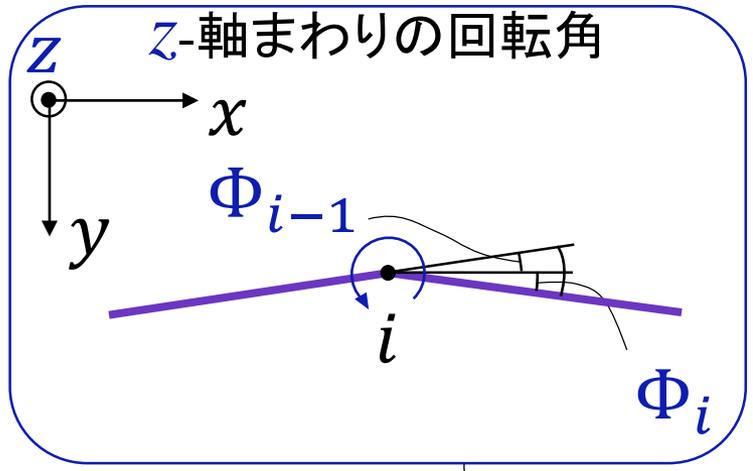


[6] Ohsaki, Seki K, Miyazu Y. Optimization of locations of slot connections of gridshells modeled using elastica. Proc IASS Symposium 2016, Tokyo. Int Assoc Shell and Spatial Struct 2016; Paper No. CS5A-1012.

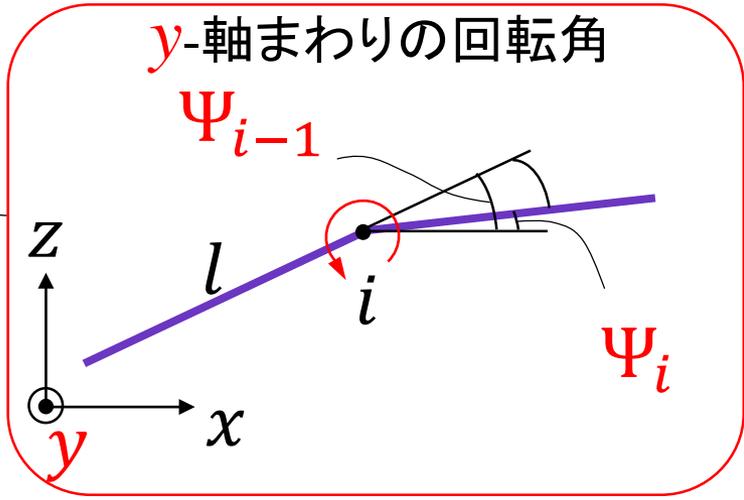
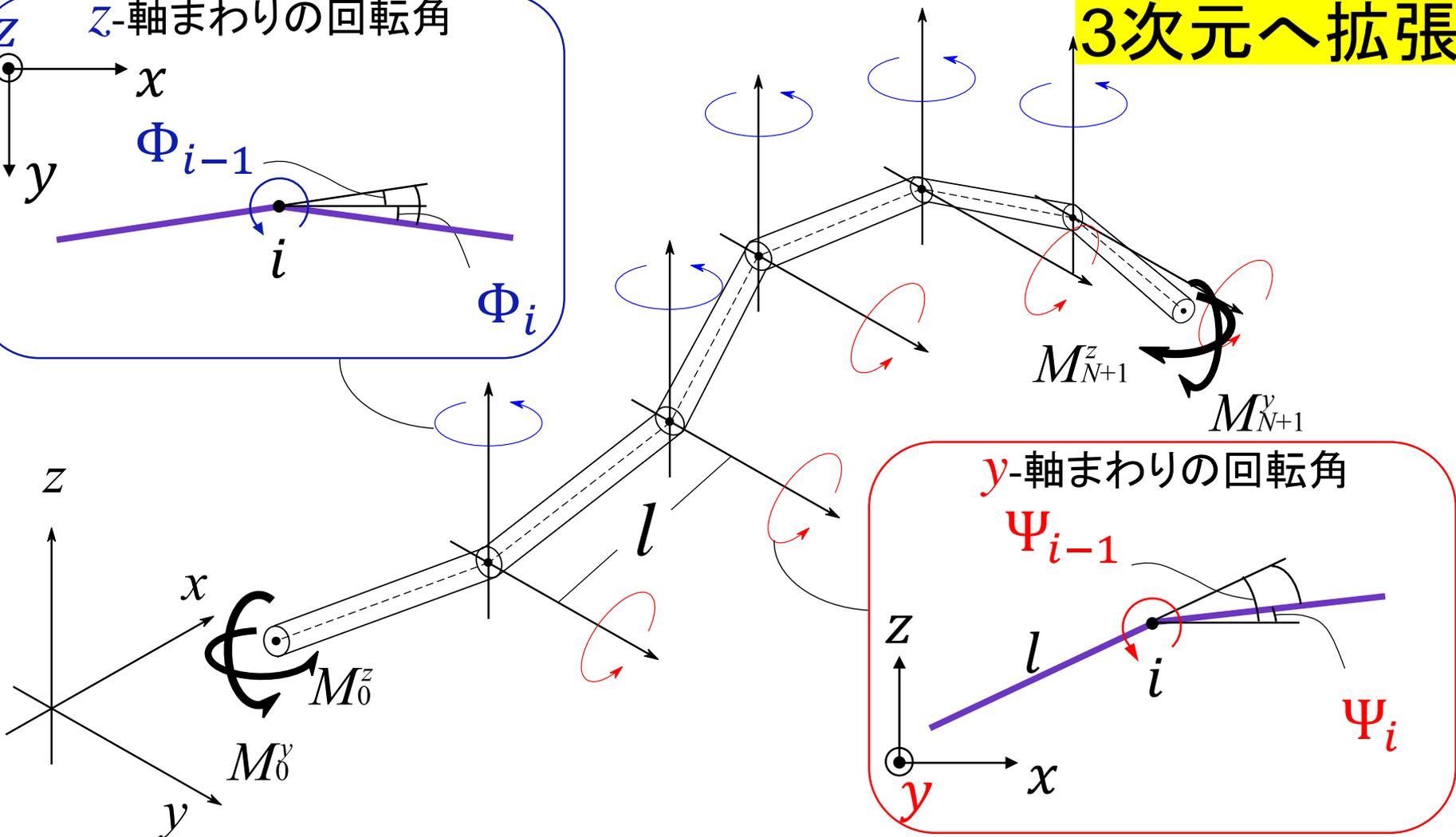
[7] Bruckstein AM, Holt RJ and Netravali AN. Discrete elastica, Appl. Anal., Vol. 78, pp. 453-485, 2001.

[8] SAKAI Y and OHSAKI M. Discrete elastica for shape design of gridshell, Eng. Struct., Vol. 169, pp. 55-67, 2018.

3D: 空間離散的エラスティカ(SDE): 2軸曲げを考慮



3次元へ拡張

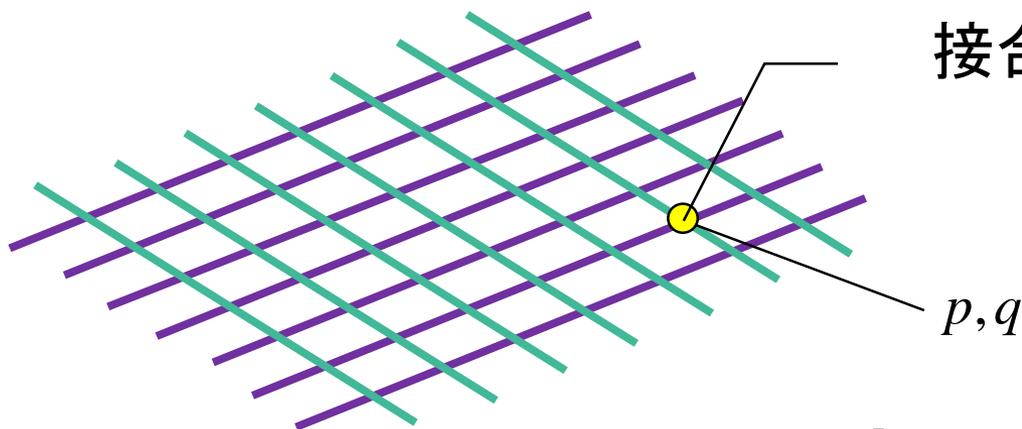


$\Psi = (\Psi_0, \dots, \Psi_N)$: 切片と xy 平面の間の角

$\Phi = (\Phi_0, \dots, \Phi_N)$: 切片と xz 平面の間の角

グリッドシェルの目標曲面の生成

- >>初期形状 → 格子状平板(複数のSDE)
 - 一度の最適化で曲面生成
- >>接合部 → 対応する2節点の位置が等しい
 - 制約条件として最適化問題に導入
- >>等長な線分切片 → 均一な格子形状の形成が容易
 - 変形前後で軸方向ひずみは弾性域内
 - 軸力に関するペナルティで変形抑制



接合部の制約:

$$x^p - x^q = 0$$

$$y^p - y^q = 0$$

$$z^p - z^q = 0$$

最適化問題：全ポテンシャルエネルギー最小化問題

$$\min_{\Psi, \Phi, \mathbf{l}} \Pi(\Psi, \Phi, \mathbf{l}) = \sum_{j=1}^m \left[\sum_{i=1}^N \left[\frac{EI}{2l^j} \left\{ (\Psi_i^j - \Psi_{i-1}^j)^2 + (\Phi_i^j - \Phi_{i-1}^j)^2 \right\} + \beta l^j \right] - M_0^{y,j} \Psi_0^j - M_{N+1}^{y,j} \Psi_N^j - M_0^{z,j} \Phi_0^j - M_{N+1}^{z,j} \Phi_N^j \right]$$

ペナルティ関数

subject to

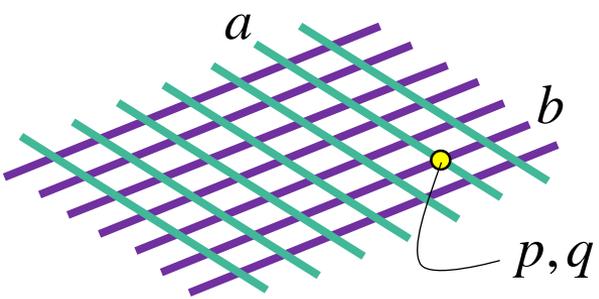
$$\sum_{i=0}^N l^j \cos \Psi_i^j \cos \Phi_i^j = L_x^j, \quad \sum_{i=0}^N l^j \cos \Psi_i^j \sin \Phi_i^j = L_y^j, \quad \sum_{i=0}^N l^j \sin \Psi_i^j = H$$

$$\sum_{i=0}^p l^a \cos \Psi_i^a \cos \Phi_i^a - \sum_{i=0}^q l^b \cos \Psi_i^b \cos \Phi_i^b = 0, \quad \Rightarrow \quad x^p - x^q = 0$$

$$\sum_{i=0}^p l^a \cos \Psi_i^a \sin \Phi_i^a - \sum_{i=0}^q l^b \cos \Psi_i^b \sin \Phi_i^b = 0, \quad \Rightarrow \quad y^p - y^q = 0$$

$$\sum_{i=0}^p l^a \sin \Psi_i^a - \sum_{i=0}^q l^b \sin \Psi_i^b = 0 \quad \Rightarrow \quad z^p - z^q = 0$$

E : ヤング係数 I : 断面二次モーメント

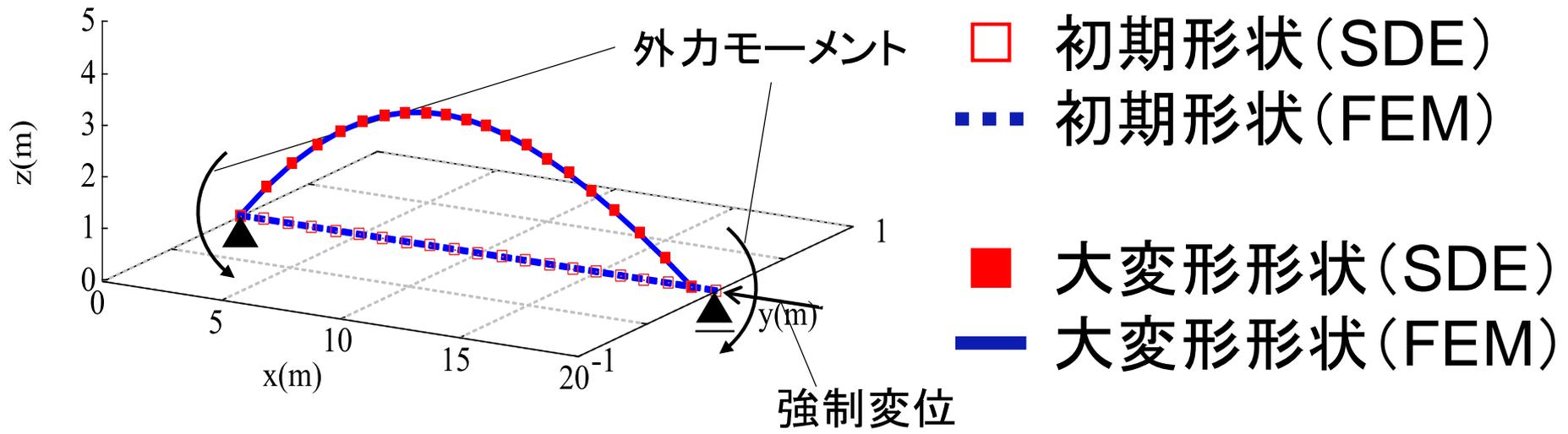


部材 $a, b \in j; \quad j = \{1, \dots, m\}$ 中の
 節点 p, q で接合される

軸力に関するペナルティ→切片の長さに関する関数

$$\beta(l^j) = \frac{1}{2} EA \varepsilon^2 = \frac{1}{2} EA \left(\frac{l^j - l_{initial}^j}{l_{initial}^j} \right)^2$$

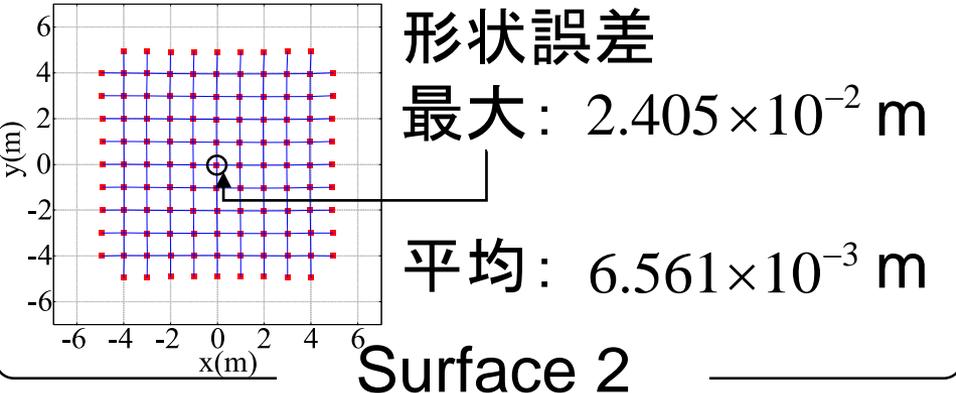
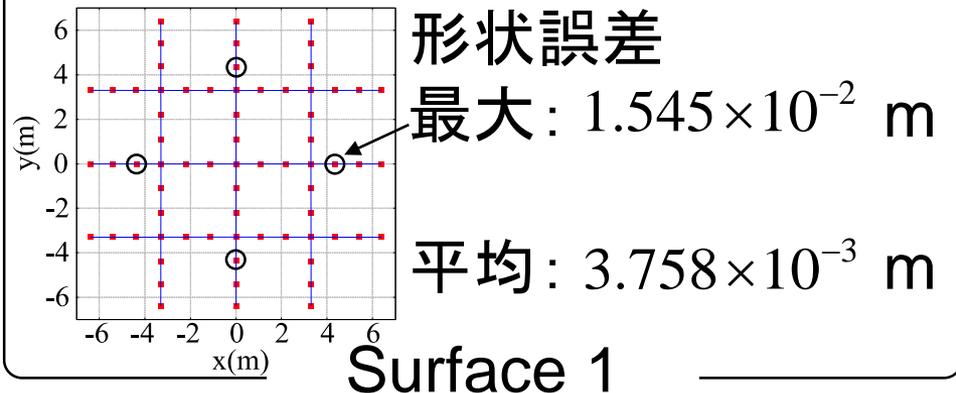
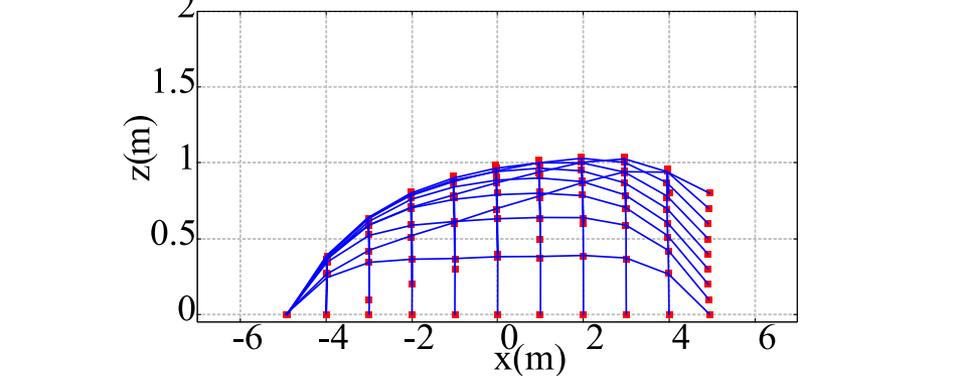
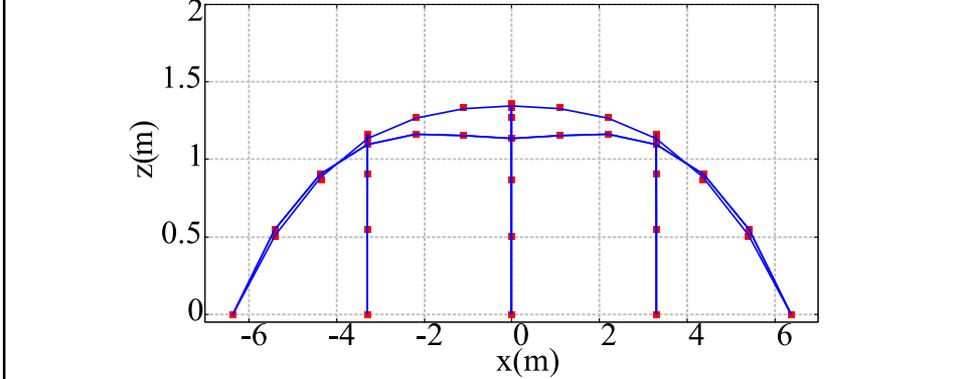
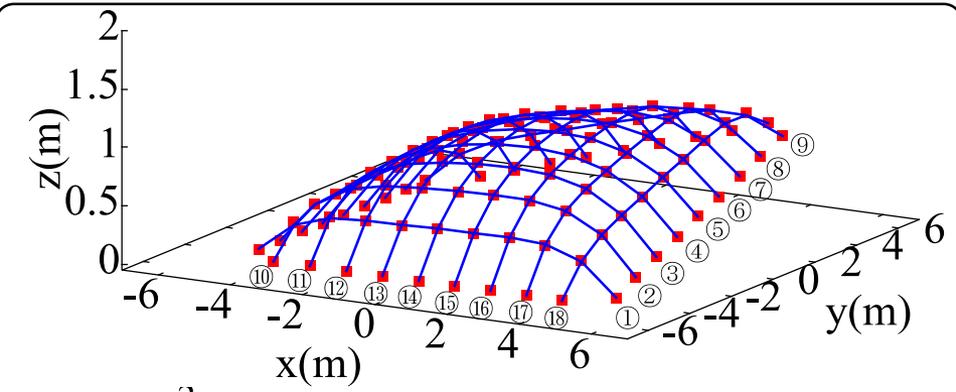
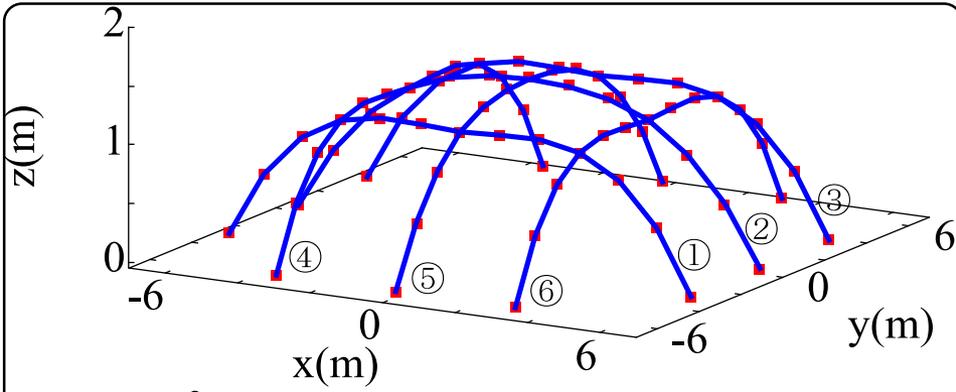
線分切片の軸変形(1部材, 1軸曲げモデル)



線分切片の縮み: $2.869 \times 10^{-4} \%$ → 軸方向変形は微小

SDEによるグリッドシェルの目標曲面の生成

■ SDE — 大変形解析



まとめ

1. 空間離散的エラスティカ (SDE)

- >> 等長な線分切片と2軸回転を表す回転ばね
- >> 全ポテンシャルエネルギー最小化

2. 軸剛性に関するペナルティ関数

- >> 軸方向ひずみエネルギーで定義
- >> 線分切片の軸変形が微小

3. SDEを用いたグリッドシェルの目標曲面の生成

- >> 接合部座標に関する制約条件を導入
- >> 大変形解析の結果と十分精度で一致