

極限解析による任意方向ヒンジを 有する部分剛接合骨組の形態変化 機構設計法

大崎 純 (京都大学)

宮津裕次 (広島大学)

津田勢太 (岡山県立大学)

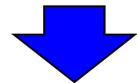
友田晴次 (広島大学, 現・竹中工務店)

研究の背景

- 従来の展開構造
 - 平面機構を組み合わせて構成(シザースなど)
 - 基本的に不安定トラス構造なので複層とする必要があり, 重量が大きく運搬が困難
 - 剛性の確保が困難(支持条件に依存)
 - 剛接合の骨組構造: 運搬と設置が困難
- 解析的な(数式による)関係を用いるためパターンが限定される
- 剛体折紙によるモデル
 - 面材のため重量が大きく設置が困難

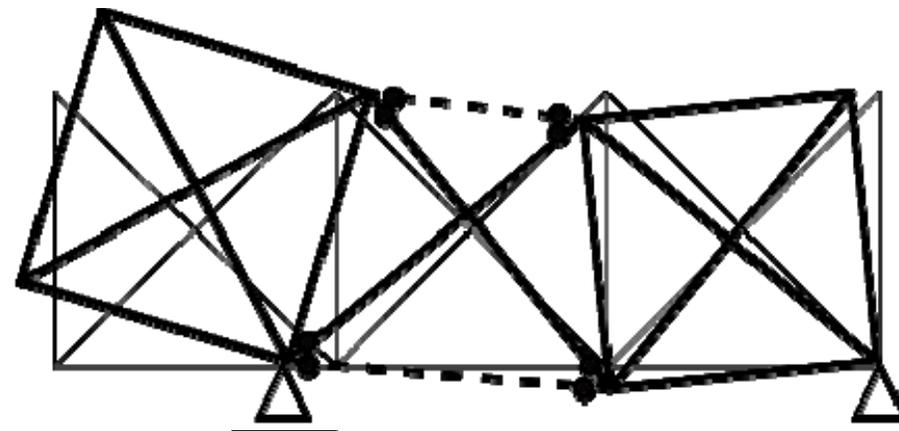
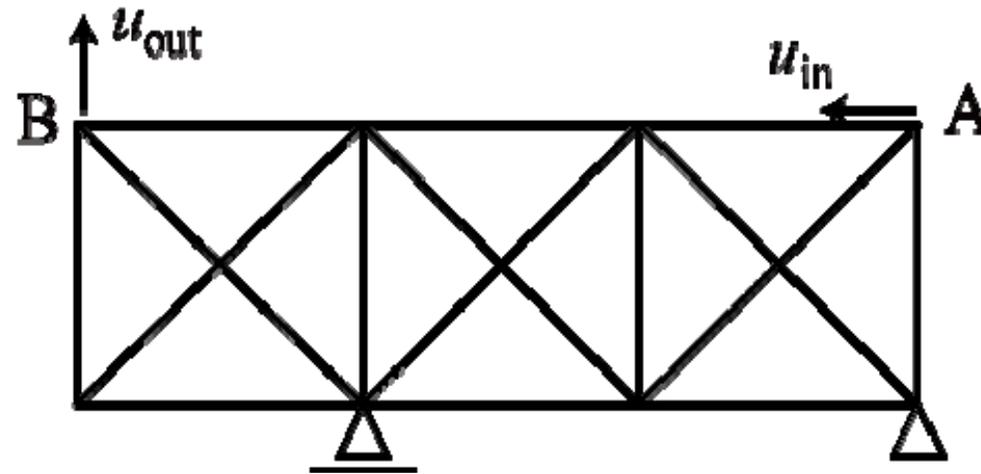
展開構造物とメカニズムの関係

- 展開構造物:
 - 入力変位と出力変位の区別がない
 - 大変形
- 不安定次数 = 1

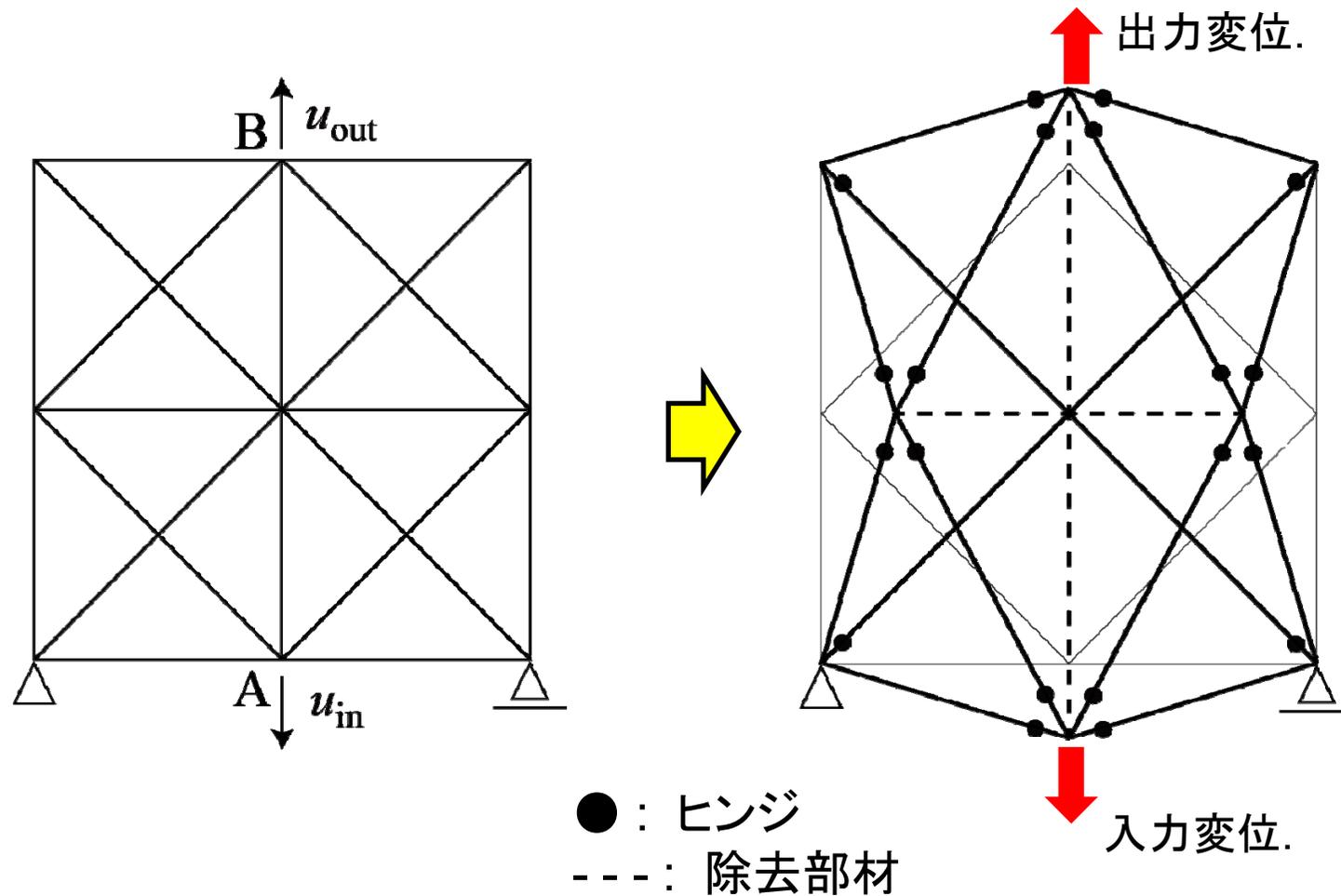


- 展開構造物とメカニズムは数学的には等価
- 展開構造の設計のためにメカニズムの設計法を利用

平面メカニズムの例



平面メカニズムの例



変位方向, 大きさを変更

メカニズムの設計プロセス

- Type synthesis
 - 剛体部分 (リンク) のタイプ (棒材, プレートなど) を決定
→ トポロジー最適化
- Number synthesis
 - リンクとジョイントの数と接続関係 (トポロジー) を決定
→ トポロジー最適化 (組合せ最適化問題)
- Path (geometry) synthesis
 - リンクのサイズを決定
→ 形状 (節点位置) 最適化
非線形最適化 (連続変数)

部分剛接骨組を用いたメカニズム

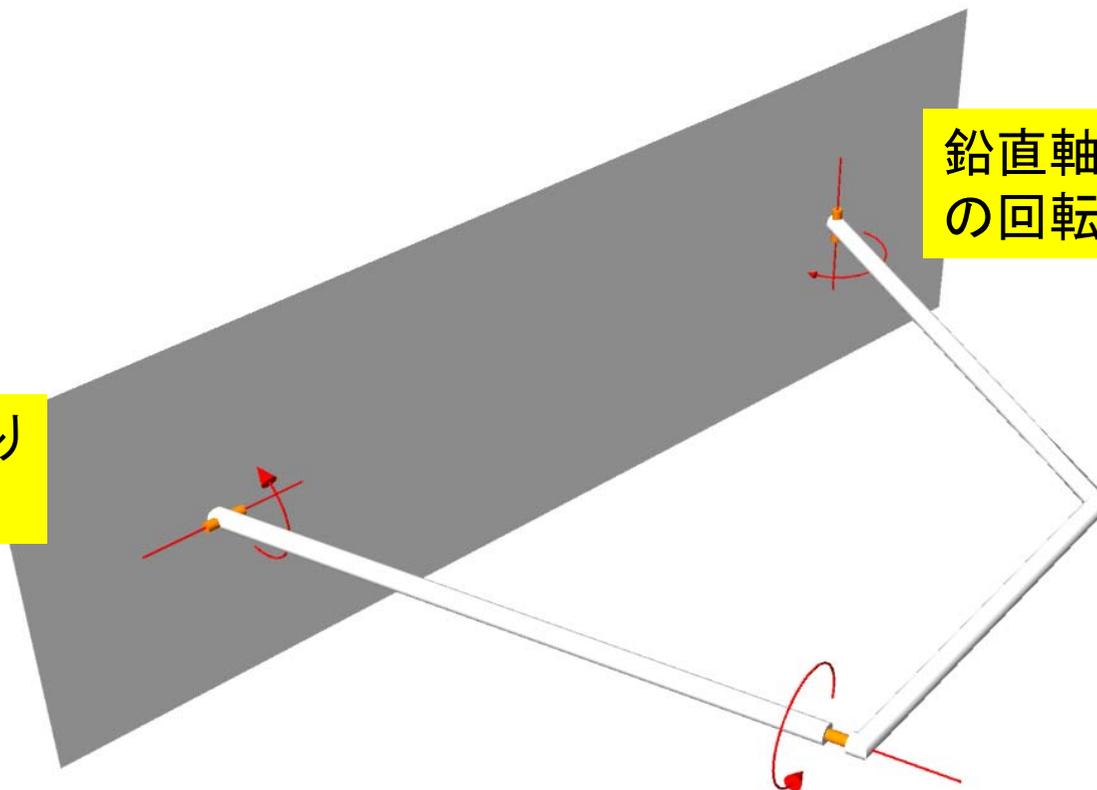
- リンクメカニズムの設計のための最適化手法
 - トラス部材を用いて平面メカニズムを設計
 - 立体のメカニズムを実現するためには3軸まわりの理想的なピン接合が必要
- 3軸まわりのピン接合の製作は困難
 - 部分剛接合が望ましい
- 部分剛接合を用いた立体メカニズムの設計のための汎用的な手法は存在しない

部分剛接立体骨組の例

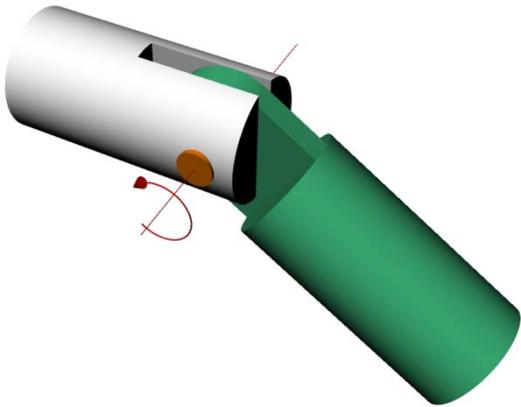
水平軸まわりの
回転

鉛直軸まわりの
回転

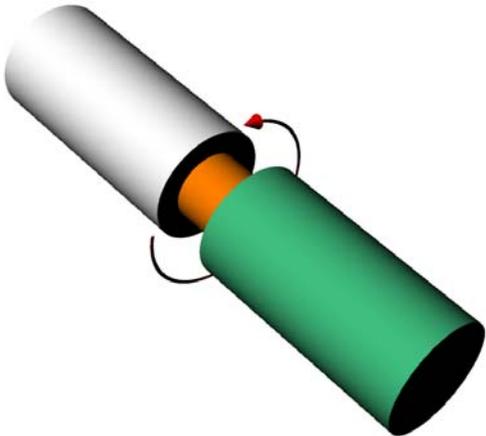
ねじりヒンジ



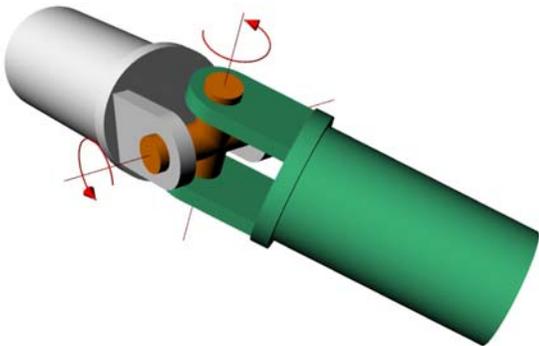
3次元のジョイント(ヒンジ)



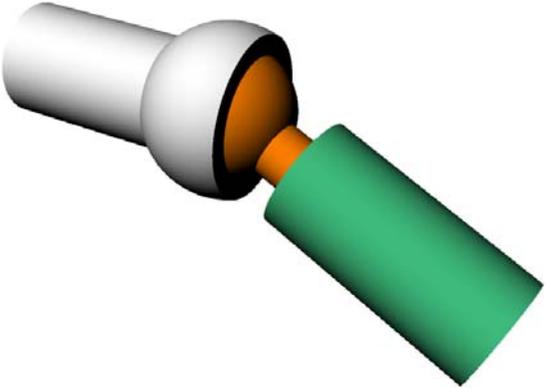
revolute



torsion



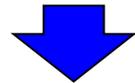
universal



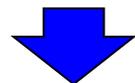
Ideal pin

最適化手法によるメカニズムの設計

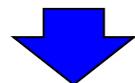
線形計画問題を解く



微小変形メカニズムを求める

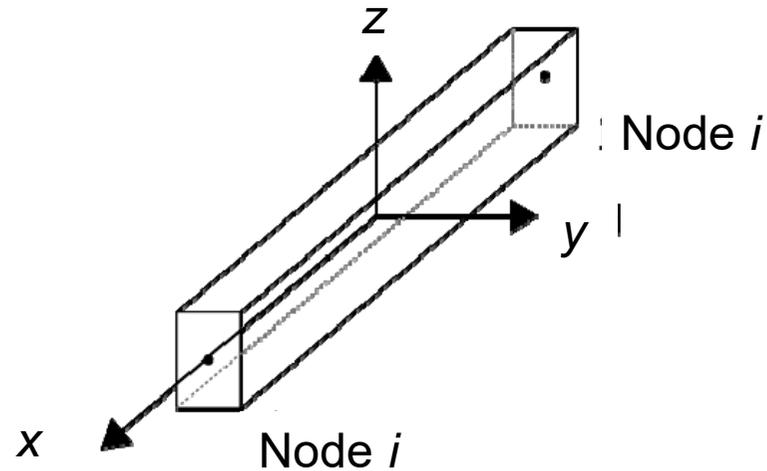


幾何学的非線形解析を数回実行

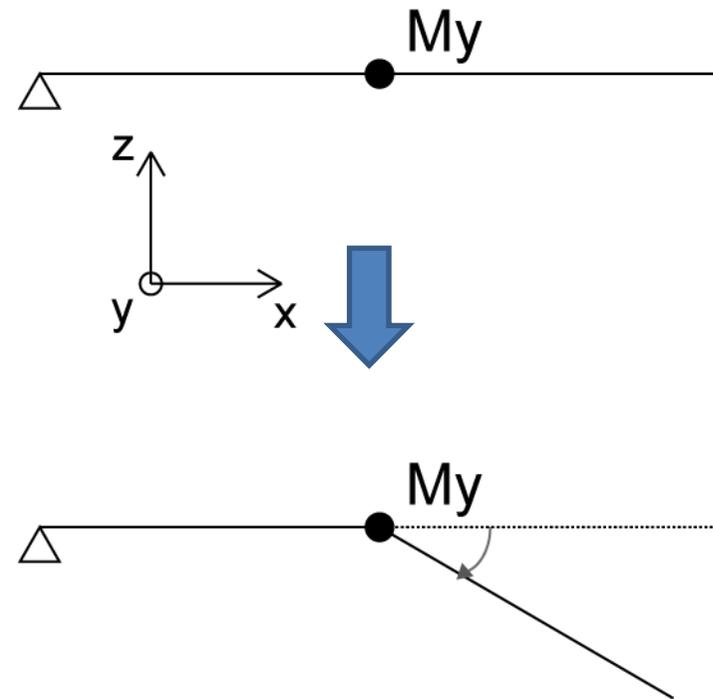


一つの有限変形メカニズム

部材座標と材端力の定義



部材座標

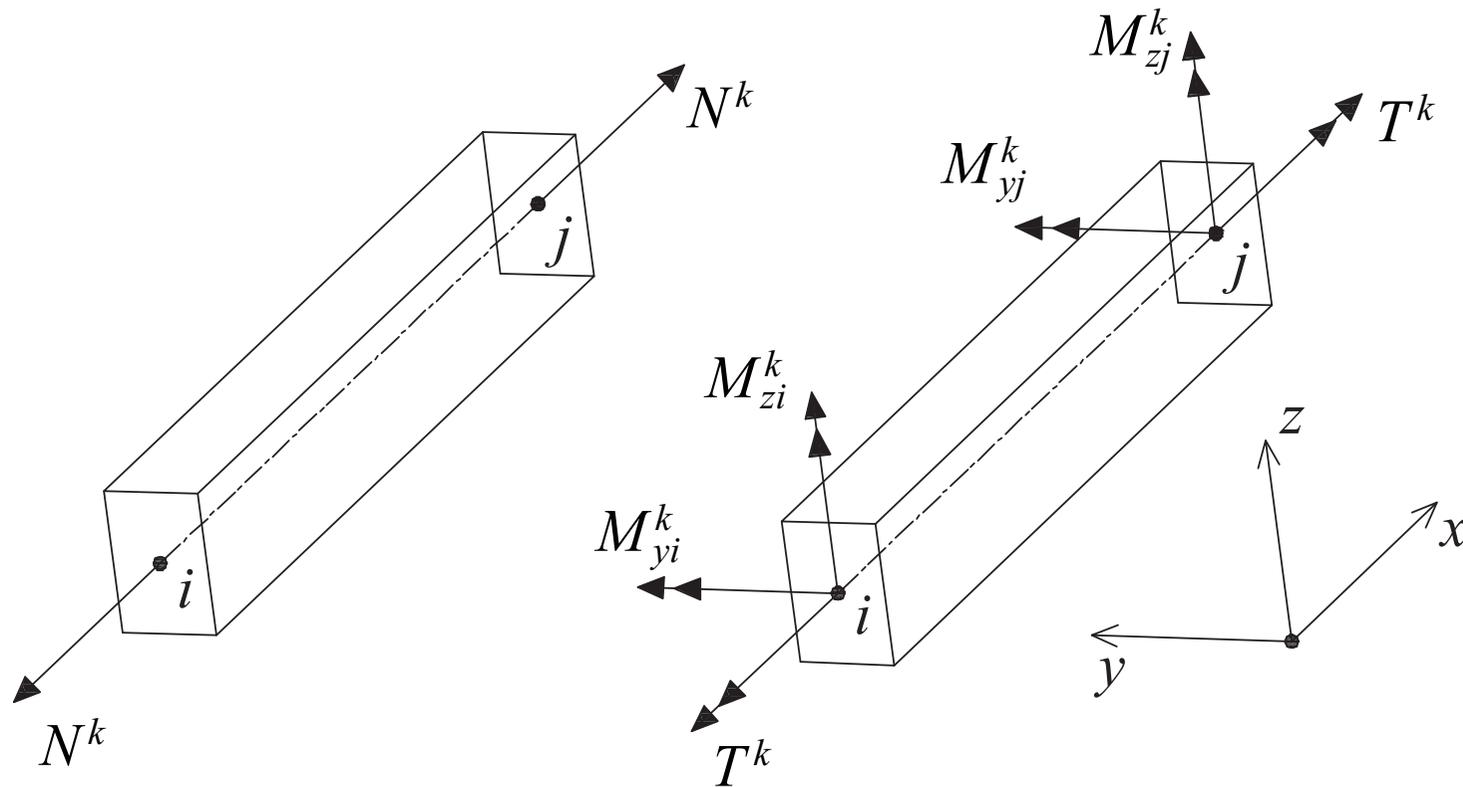


y軸まわりのヒンジ

モーメントの解放

T	x軸まわりのねじり
M_y	y軸まわりの曲げ
M_z	z軸まわりの曲げ

部材座標と材端力の定義



部材端力の数: $6 \times 2 = 12$
釣合い式の数: 6
→ 独立な部材端力の数: 6

$$\mathbf{F}^k = [N^k, T^k, M_{yi}^k, M_{zi}^k, M_{yj}^k, M_{zj}^k]^T$$

釣合い式の拡張

節点力と部材端力の関係

$$\mathbf{DF} = \mathbf{P}$$

D : 釣合い行列

F : 部材端力ベクトル

P : 節点力ベクトル

解放条件

$$\mathbf{GF} = \mathbf{0}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{G} \end{pmatrix} \mathbf{F} = \mathbf{BF} = \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

G : 解放 = 1

固定 = 0

特異値分解

拡張された釣合い行列 B ($m \times n$) の特異値分解

$$\mathbf{B} = \mathbf{S}\mathbf{\Omega}\mathbf{R}^T$$

\mathbf{S}, \mathbf{R} : 直交行列

r : \mathbf{B} のランク

$\mathbf{\Omega}$: 最初の r 個の対角項は
ゼロでない特異値

\mathbf{S} : 左特異ベクトルの行列

\mathbf{R} : 右特異ベクトルの行列

$$\mathbf{B}\mathbf{R} = \mathbf{S}\mathbf{\Omega} \quad \mathbf{S}^T\mathbf{B} = \mathbf{\Omega}\mathbf{R}^T$$

$$r < m : \quad \mathbf{B}\mathbf{R}_i = \mathbf{0}$$

\mathbf{R}_i : 自己釣合い力のベクトル ($m - r$)

$$r < n : \quad \mathbf{B}^T\mathbf{S}_j = \mathbf{0}$$

\mathbf{S}_j : 微小変形メカニズムのベクトル ($n - r$)

部分剛接合骨組のひずみ変位関係

$\mathbf{u} \in \mathbb{R}^d$: メカニズムの節点変位
ベクトル

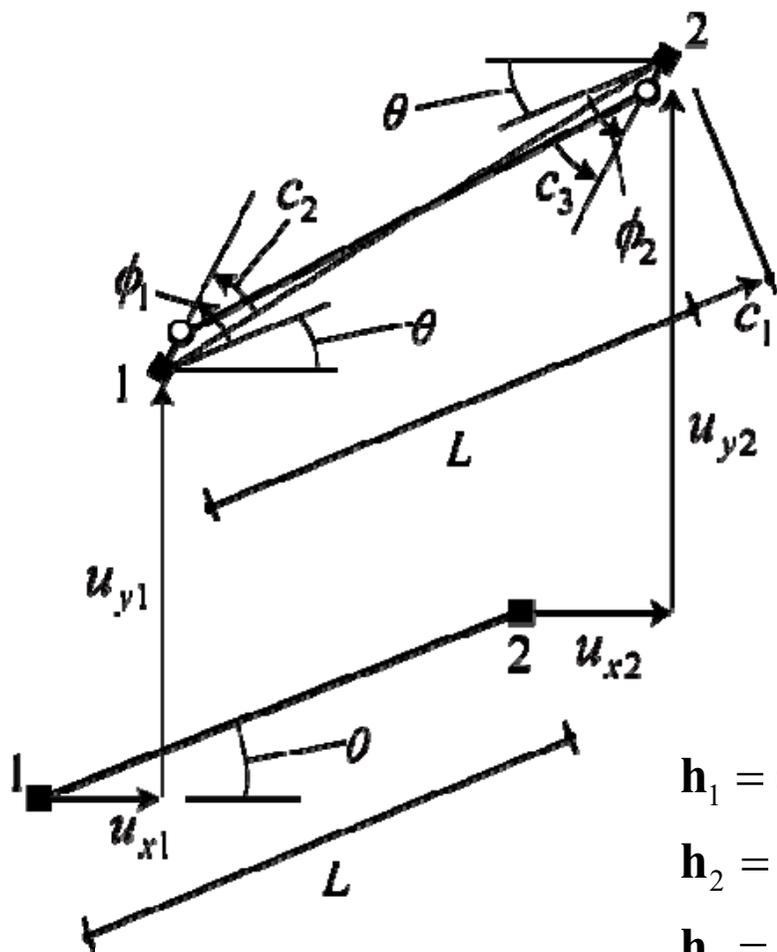
$\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_n)^\top \in \mathbb{R}^n$: 一般化ひずみ
(軸方向変形,
曲げによる回転,
ねじりによる回転,
各部材6個の成分)

$c_i = \mathbf{h}_i^\top \mathbf{u}, \quad \mathbf{h}_i \in \mathbb{R}^d$: ひずみ変位関係

非ゼロの c_j :

→ 回転: 曲げあるいはねじりヒンジ
伸び: 部材の除去

平面部材のひずみ変位関係



6個の変位成分
→ 3個の独立な変位成分

$$c_1 = (u_{x2} - u_{x1}) \cos \theta + (u_{y2} - u_{y1}) \sin \theta$$

$$c_2 = \phi_1 - \frac{1}{L} [-(u_{x2} - u_{x1}) \sin \theta + (u_{y2} - u_{y1}) \cos \theta]$$

$$c_3 = \phi_2 - \frac{1}{L} [-(u_{x2} - u_{x1}) \sin \theta + (u_{y2} - u_{y1}) \cos \theta]$$

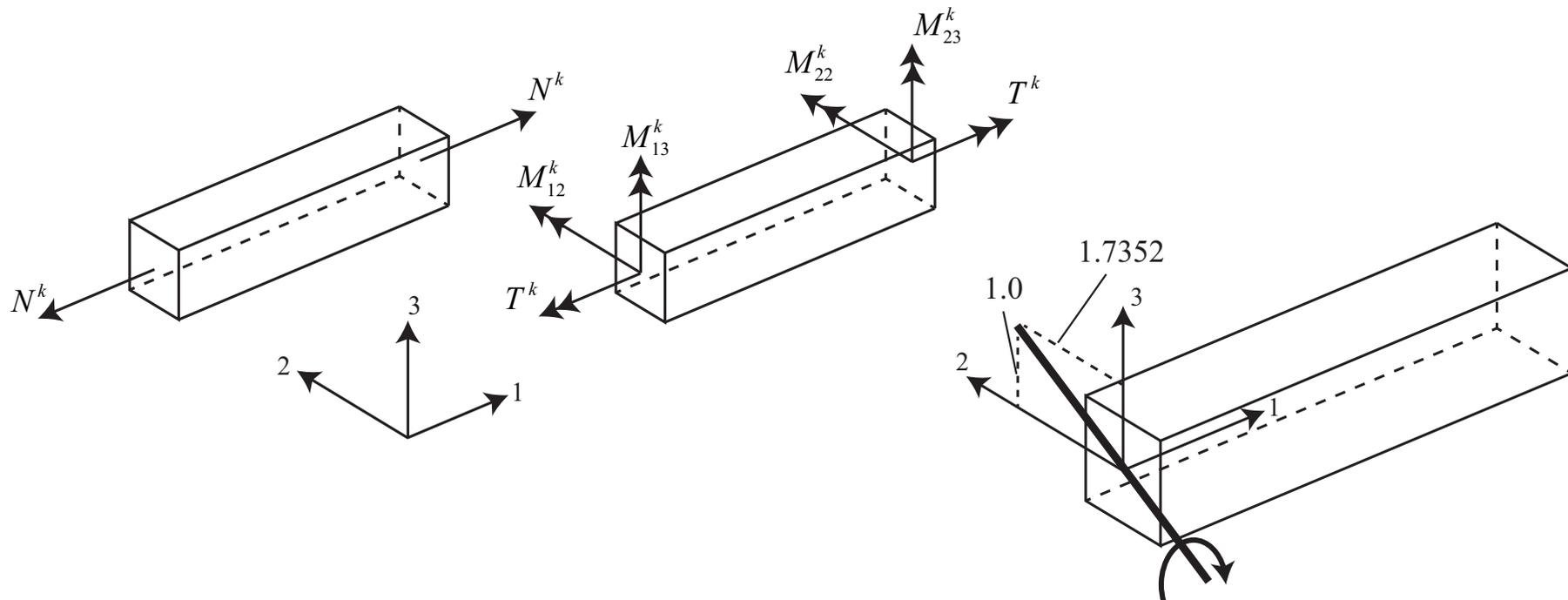
$$\mathbf{h}_1 = (-\cos \theta, -\sin \theta, 0, \cos \theta, \sin \theta, 0)^\top$$

$$\mathbf{h}_2 = (-\sin \theta / L, \cos \theta / L, 1, \sin \theta / L, -\cos \theta / L, 0)^\top$$

$$\mathbf{h}_3 = (-\sin \theta / L, \cos \theta / L, 0, \sin \theta / L, -\cos \theta / L, 1)^\top$$

斜め方向ヒンジを有する 部分剛接合骨組

任意の斜め方向を有するヒンジ
→ 変形の自由度を増やす
ヒンジの数を減らす



最適化問題 (斜めヒンジを有する極限解析問題)

maximize λ_{in} 荷重係数

subject to $\sum_{i=1}^{6m} f_i \mathbf{h}_i = \mathbf{p}_{\text{out}} + \lambda_{\text{in}} \mathbf{p}_{\text{in}}$ 釣合い式

モーメントに関する降伏条件(塑性ヒンジ)

$$(T^k(\mathbf{f}))^2 + (M_{j2}^k(\mathbf{f}))^2 + (M_{j3}^k(\mathbf{f}))^2 \leq \alpha w^b,$$

$$(k = 1, \dots, m; j = 1, 2)$$

軸力に関する降伏条件

$$(N^k(\mathbf{f}))^2 \leq \alpha w^a, (k = 1, \dots, m)$$

2次の降伏条件

最適性条件

変位モード \mathbf{u} の正規化条件

$$-1 + \mathbf{p}_{\text{in}}^T \mathbf{u} = 0$$

曲げモーメント

$$-\mathbf{h}_i^T \mathbf{u} + 2M_{jp}^k(\mathbf{f})c_j^k = 0,$$
$$(k = 1, \dots, m; j = 1, 2; p = 2, 3)$$

ねじりモーメント

$$-\mathbf{h}_i^T \mathbf{u} + 2T^k(\mathbf{f})(c_1^k + c_2^k) = 0,$$
$$(k = 1, \dots, m; j = 1, 2)$$

j : 部材端番号

p : 軸番号

c_j^k : 部材端 j の回転

M_{jp}^k : 部材端 j の

軸 p まわりの回転

T^k : ねじりモーメント

最適性条件

軸力

$$-\mathbf{h}_i^T \mathbf{u} + 2N^k(\mathbf{f})c_0^k = 0,$$
$$(k = 1, \dots, m)$$

相補性条件

$$[(T^k(\mathbf{f}))^2 + (M_{j2}^k(\mathbf{f}))^2 + (M_{j3}^k(\mathbf{f}))^2 - \alpha w^b] c_{kj} = 0,$$

$$c_{kj} \geq 0, \quad (k = 1, \dots, m; j = 1, 2)$$

$$[(N^k(\mathbf{f}))^2 - \alpha w^a] c_0^k = 0,$$

$$c_0^k \geq 0, \quad (k = 1, \dots, m; j = 1, 2)$$

j : 部材端番号

p : 軸番号

c_0^k : 伸び

N^k : 軸力

降伏条件が等号で満たされる
⇔
回転あるいは伸びが非ゼロ

最適性条件

曲げモーメント

$$\theta_{jp}^k = 2M_{jp}^k c_j^k, \quad (k = 1, \dots, m; j = 1, 2; p = 1, 2)$$

軸 p まわりの回転 θ_{jp}^k は曲げモーメント M_{jp}^k に比例

ねじりモーメント

$$\theta_1^k = \theta_{j1}^k - \theta_{i1}^k = 2T^k (c_1^k + c_2^k), \quad (k = 1, \dots, m; j = 1, 2)$$

$$\rightarrow \mathbf{R}_1^k = \begin{pmatrix} -\theta_1^k \\ \theta_{12}^k \\ \theta_{13}^k \end{pmatrix} = 2c_{k1} \begin{pmatrix} -T^k \\ M_{12}^k \\ M_{13}^k \end{pmatrix} \quad \mathbf{R}_2^k = \begin{pmatrix} \theta_1^k \\ \theta_{22}^k \\ \theta_{23}^k \end{pmatrix} = 2c_{k2} \begin{pmatrix} T^k \\ M_{22}^k \\ M_{23}^k \end{pmatrix}$$

補助最適化問題 (単一荷重の極限解析問題)

maximize μ 荷重係数

subject to $\sum_{i=1}^{6m} f_i \mathbf{h}_i = \mu \mathbf{p}_{\text{out}}$ 釣合い式

モーメントの降伏条件

$$(T^k(\mathbf{f}))^2 + (M_{j2}^k(\mathbf{f}))^2 + (M_{j3}^k(\mathbf{f}))^2 \leq w^b, \\ (k = 1, \dots, m; j = 1, 2)$$

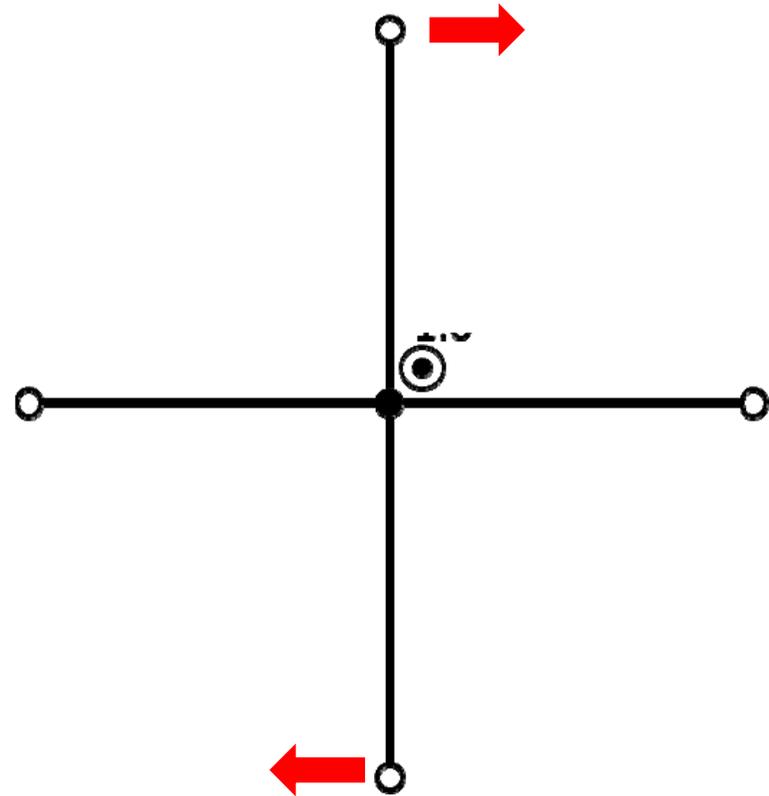
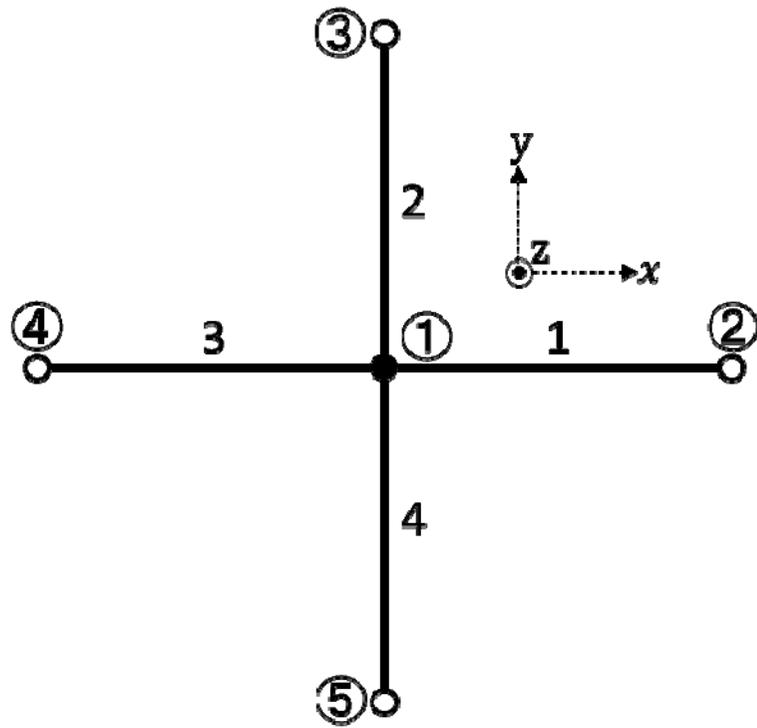
軸力の降伏条件

$$(N^k(\mathbf{f}))^2 \leq w^a, \quad (k = 1, \dots, m)$$

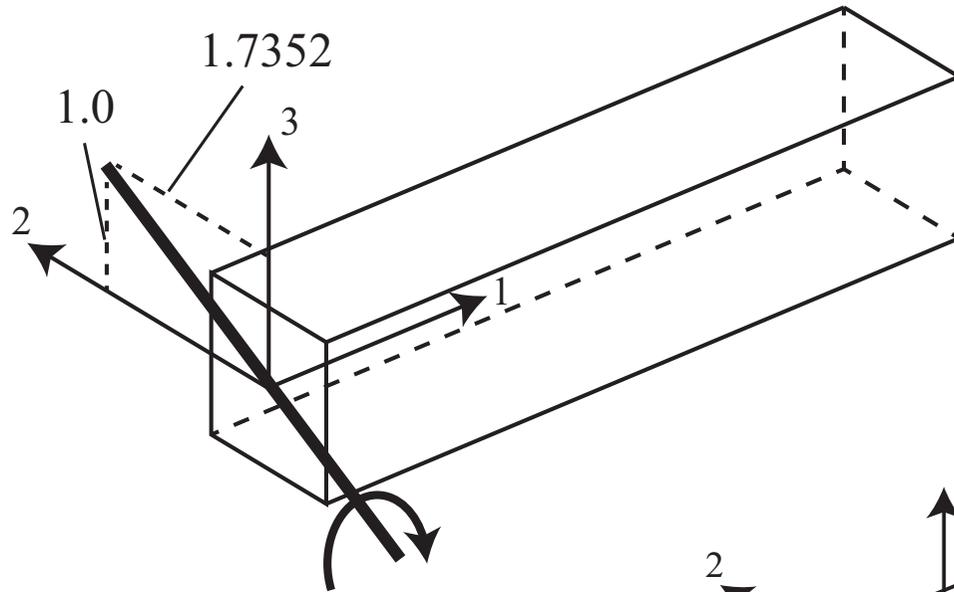


α の下限値 $\alpha^L = 1 / \mu$

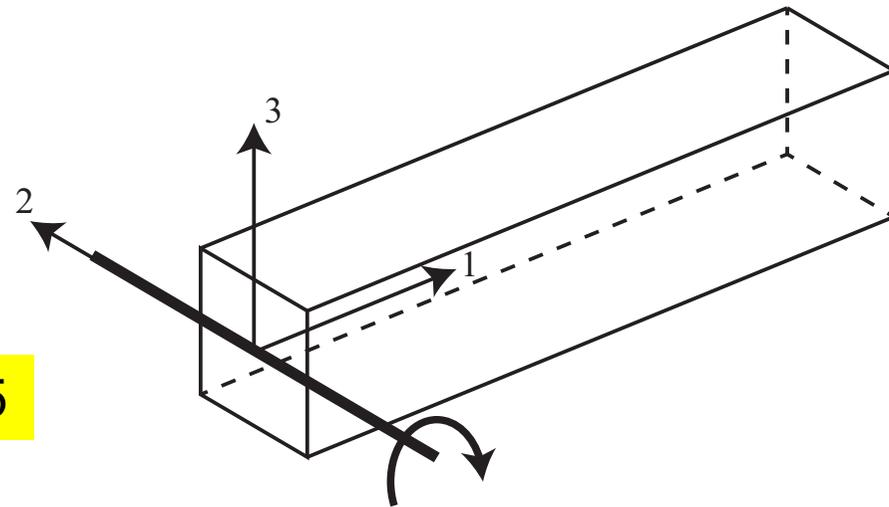
十字モデル



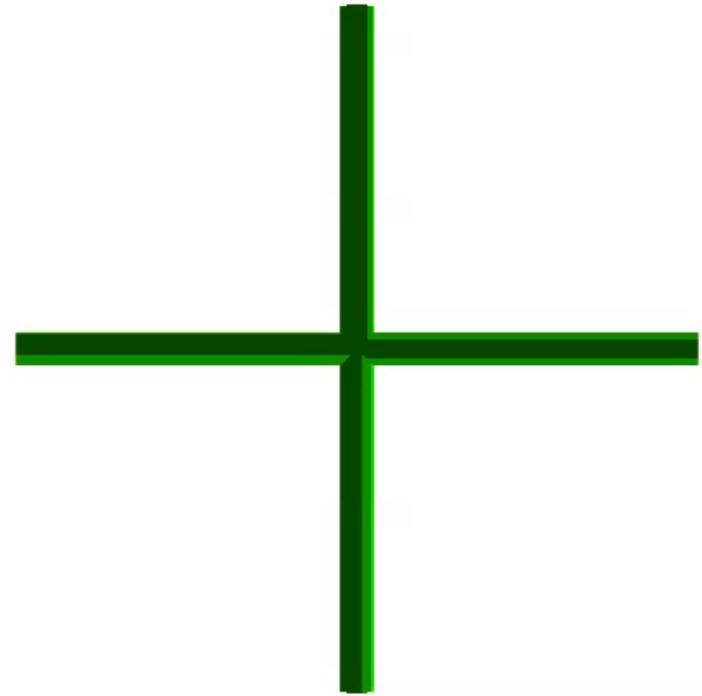
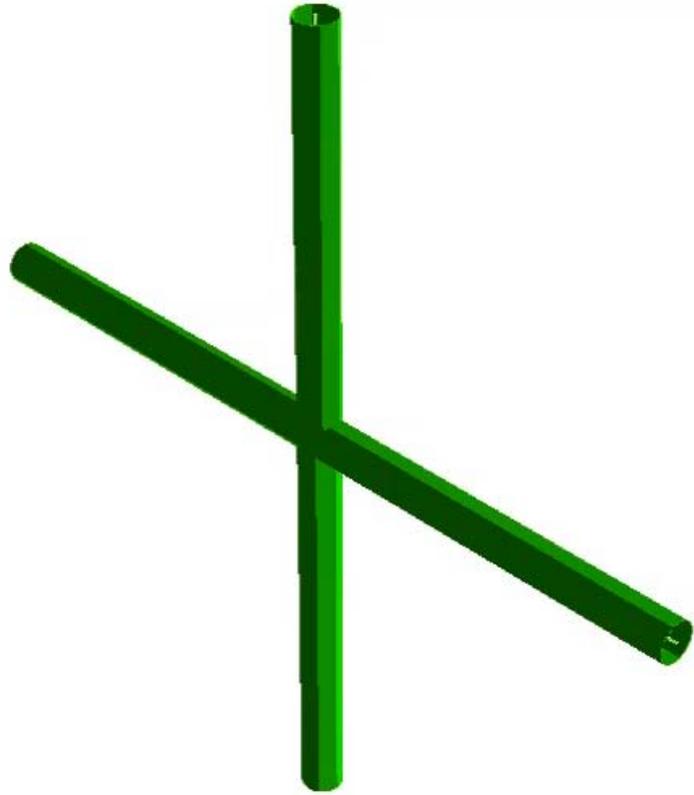
十字モデル



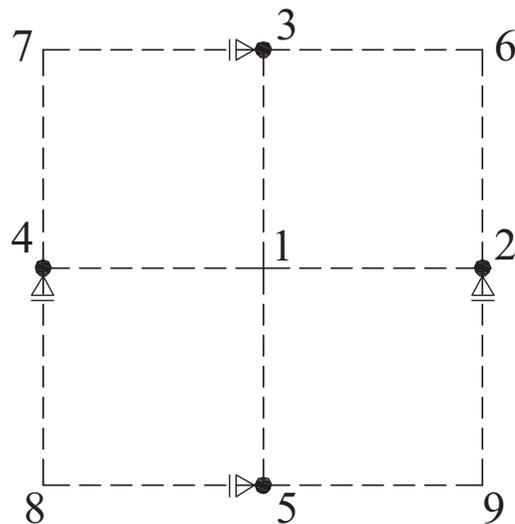
Vertical members 1-3 and 1-5



Horizontal members 1-2 and 1-4

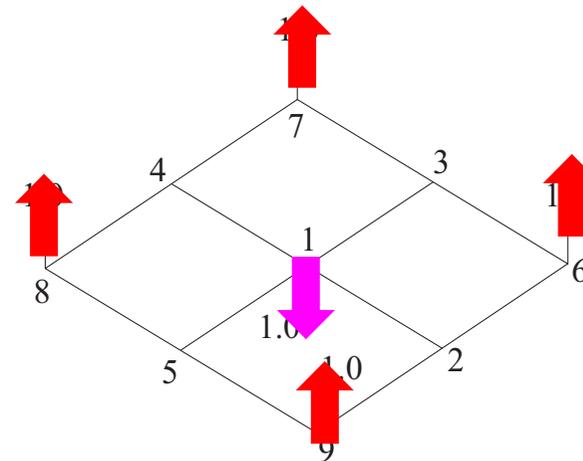


格子モデル



Boundary condition

Global coordinate



Specified deformation

Global coordinate

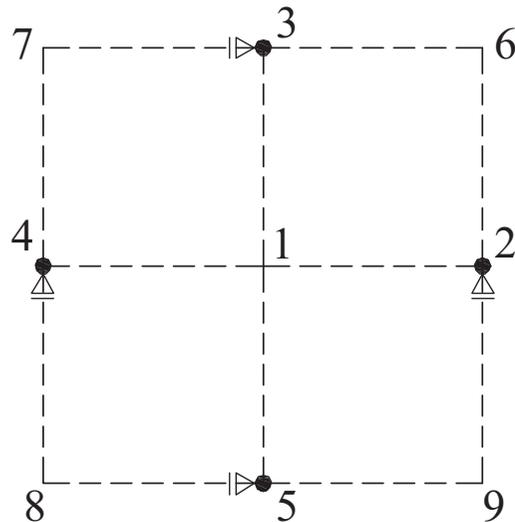
Symmetric w.r.t. XZ- and YZ-planes

Node 1: fix rotations around X- and Y-axes

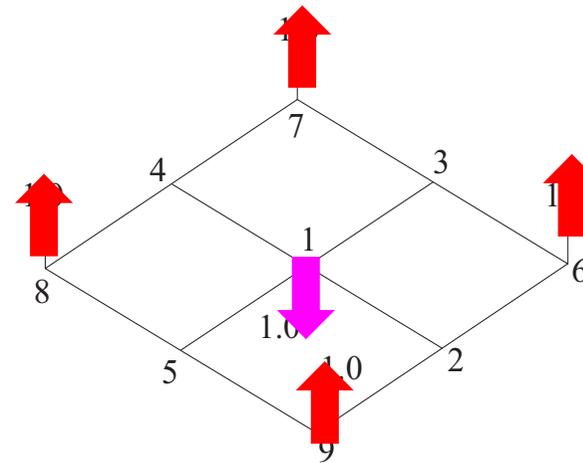
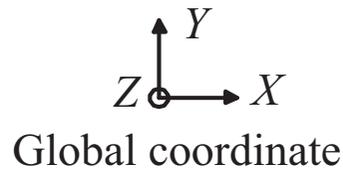
Nodes 2 and 4: Fix displacements in Y- and Z-directions

Nodes 3 and 5: Fix displacements in X- and Z-directions

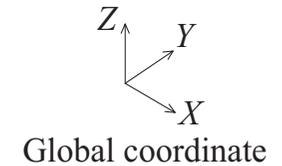
3次元モデルの例



境界条件



変形の指定

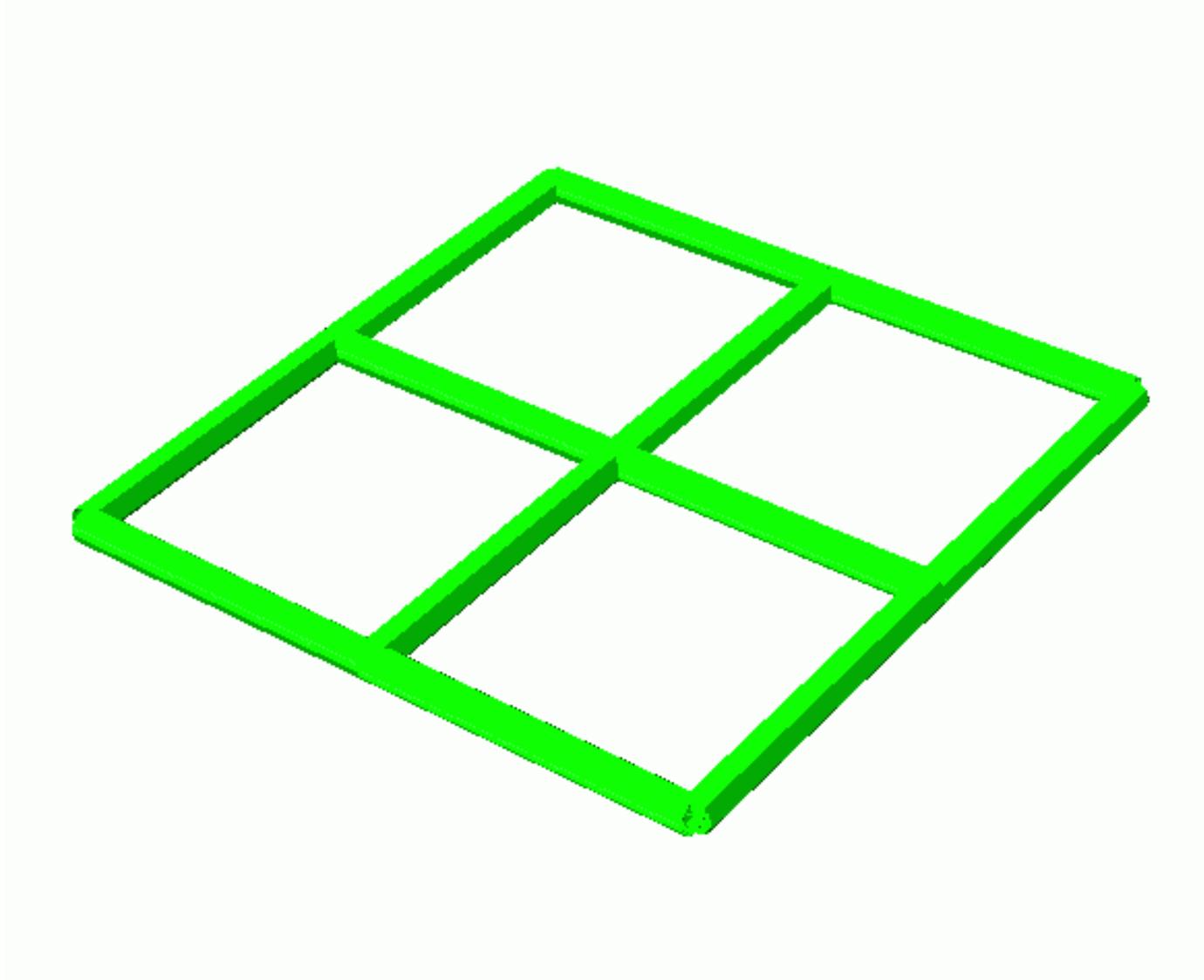


XZ平面とYZ平面に関して対称な境界条件

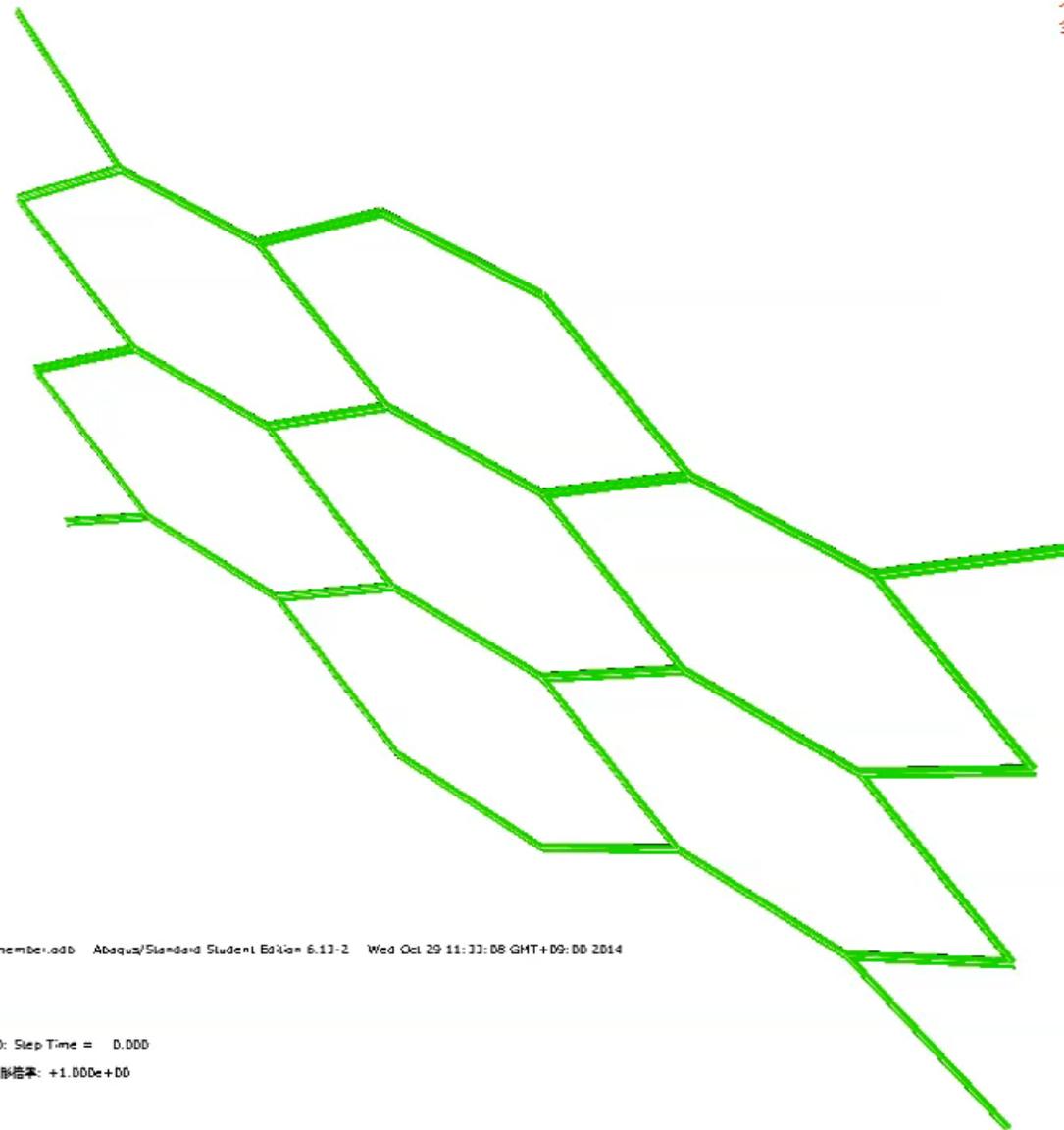
節点1: X軸とY軸まわりの回転を拘束

節点2, 4: Y軸とZ軸方向の変位を拘束

節点3, 5: X軸とZ軸方向の変位を拘束



ヘリソングリ
全時間: 0.



ODB: origami-member.odb Abaqus/Standard Student Edition 6.13-2 Wed Oct 29 11:33:08 GMT+09:00 2014

ステップ: plate
Increment: 0: Step Time = 0.000
変形変数: U 変形倍率: +1.000e+00

結論

- 2次計画問題を解いて、任意方向のヒンジを有する微小変形のメカニズムを求めることができる。
- 上記問題は、塑性崩壊荷重係数を求める問題と等価である。
- ヒンジの方向は、最適性条件から得られる。
- 斜め方向ヒンジを用いることにより、ヒンジの数を減らすことができる。
- 折紙構造を模擬した機構は、開閉屋根や仮設構造に利用可能である。